

比率 vs 比 vs 比值 vs 比例(式)

比 vs 正比 vs 反比

基準量與比較量 vs 比值 vs 幾倍

它們有哪些異同？

比率 VS 比值(基準量與比較量)(倍)

比率：部份與全體的情境

例如：男生佔全班的 $\frac{1}{5}$

打8折；加3成

基準量與比較量：兩量併置的情境

例如：甲的錢是乙的3倍

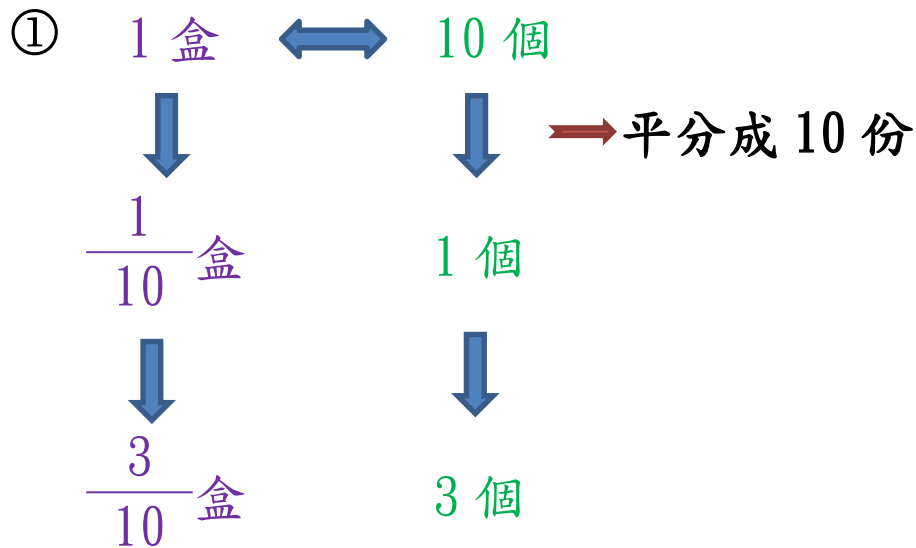
丙的體重是丁的 $\frac{6}{5}$ (倍)

比率：五年級引入

比值：六年級引入

整數除整數，商是分數的問題：

- ① 一盒蘋果有 10 個，3 個蘋果相當於多少盒？
② 將 3 個蘋果平分給 10 人，每人分到幾個蘋果？



記成 $3(\text{個}) \div 10(\text{個}) = \frac{3}{10}(\text{盒})$

- ② 一次分 1 個蘋果，

將 1 個蘋果平分成 10 份，其中的 1 份是 $\frac{1}{10}$ 個

3 個蘋果平分給 10 人，每人分到 $\frac{3}{10}$ 個

記成 $3(\text{個}) \div 10(\text{份}) = \frac{3}{10}(\text{個})$

全班 20 人，男生 8 人，男生是全班的 $\frac{8}{20}$

$\frac{8}{20}$ 所指何意？

① 男生相當於 $\frac{8}{20}$ 班

② 男生是全班的 $\frac{8}{20}$ 倍

一盒蘋果 20 個，8 個相當於多少盒？



一班 20 人，男生 8 人，男生相當於多少班？



將 20(全體)看成 1，8(部份)是 $\frac{8}{20}$ (個 1)



$$8 : 20 = \frac{8}{20} : 1 = \frac{8}{20} \quad (\text{省略後項 } 1)$$

百分率 VS 打折 VS 加成 VS 倍

$7\% = \frac{7}{100}$ ， 7% 和 $\frac{7}{100}$ 為什麼會相等？

$$7\% = \frac{7}{100}$$



$$7\% \text{公尺} \neq \frac{7}{100} \text{公尺}$$

7% 和 $\frac{7}{100}$ 都是比值， $\frac{7}{100}$ 不是分數

$$7 : 100 = \frac{7}{100} : 1$$

$7 : 100$ 記成 7% ， $\frac{7}{100} : 1$ 省略記成 $\frac{7}{100}$

引入百分率是為了比較大小

誰投籃比較準？

	投籃數	投中數
甲	10	7
乙	20	13
丙	25	16
丁	50	31

哪一種方式比較大小最恰當？

用分數來比： $\frac{7}{10}$ ， $\frac{13}{20}$ ， $\frac{16}{25}$ ， $\frac{31}{50}$

用小數來比：0.7，0.65，0.64，0.62

用百分率來比：70%，65%，64%，62%

打折：

何者當作打折的定義比較恰當？

打八折：售價是定價的 0.8 倍

打 85 折：售價是定價的 85%

打八折：售價是定價的 0.8 倍

打 85 折：是打 8.5 折的簡記，售價是定價的 0.85 倍

20% off：

打 85 折：售價是定價的 85%

打 8 折：是打 80 折的簡記，售價是定價的 80%

20% off：售價是少付定價的 20%

比 VS 比值

引入比是為了描述，引入比值是為了比較

油漆師父將 5 公升藍色油漆和 10 公升白色油漆混合在一起，粉刷一片牆壁。

油漆師父想再調一些相同的油漆，有哪些和別人溝通的方法？

① 藍色油漆：白色油漆 = 1 : 2

② 藍色油漆是白色油漆的 $\frac{1}{2}$ (倍)

③ 藍色油漆：白色油漆 = $\frac{1}{2}$

哪種油漆的顏色最深？

	紅漆	白漆
甲	7	10
乙	3	5
丙	5	8

① 藍色油漆：白色油漆

7:10 vs 3:5 vs 5:8

前項或後項相同才能比深淺

② 藍色油漆是白色油漆

$\frac{7}{10}$ (倍) vs $\frac{3}{5}$ (倍) vs $\frac{5}{8}$ (倍)

③ 藍色油漆：白色油漆

$\frac{7}{10}$ vs $\frac{3}{5}$ vs $\frac{5}{8}$

有兩種定義比值的方式：

$$\textcircled{1} a : b = \frac{a}{b} : 1 = \frac{a}{b}$$

$$\textcircled{2} a : b = a \div b = \frac{a}{b}$$

可以有兩種定義速率的方式：

$$\textcircled{1} \text{速率} = \text{時間} : \text{距離}$$

$$\textcircled{2} \text{速率} = \text{距離} : \text{時間}$$

選擇那一種定義比較恰當？

① 速率 = 時間 : 距離

比值愈大，速率愈慢

② 速率 = 距離 : 時間

比值愈大，速率愈快

為了讓比值的大小和速率的大小一致，數學上選擇距離 : 時間當做速率的定義。

如何選擇密度的定義：

① 密度 = 體積 : 質量

② 密度 = 質量 : 體積

$$60 \text{ 公里/小時} = (\quad) \text{ 公尺/分鐘}$$

如何解決比值換單位的問題？

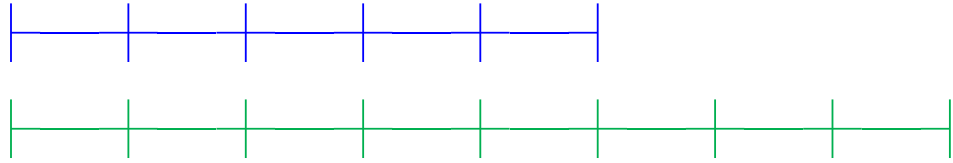
$$\begin{aligned} 60 \text{ 公里/小時} &= 60 \text{ 公里} : 1 \text{ 小時} \\ &= 60000 \text{ 公尺} : 60 \text{ 分鐘} \\ &= 1000 \text{ 公尺} : 1 \text{ 分鐘} \\ &= 1000 \text{ 公尺/分鐘} \end{aligned}$$

將比值轉換成比，比值換單位的問題，
就變成基本的換單位問題。

基準量與比較量

以 5 和 8 的倍數關係為例：

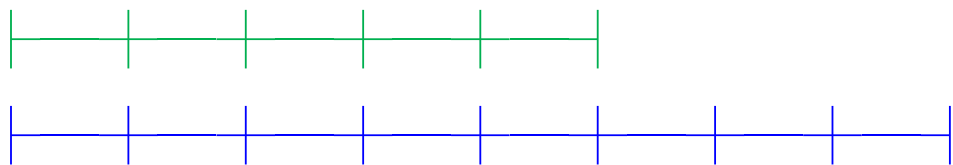
1 → 基準量 5 看成 1



$\frac{8}{5}$ → 比較量 8 是 $\frac{8}{5}$

數學上稱比較量 8 是基準量 5 的 $\frac{8}{5}$ 倍。

$\frac{5}{8}$ → 比較量 5 是 $\frac{5}{8}$



1 → 基準量 8 看成 1

數學上稱比較量 5 是基準量 8 的 $\frac{5}{8}$ 倍。

倒數關係

將 5 看成基準量 1 \Rightarrow 比較量 8 是 $\frac{8}{5}$



將 8 看成基準量 1 \Rightarrow 比較量 5 是 $\frac{5}{8}$

當 5 和 8 互為基準量 1 時，比較量 8 和 5 分別是

$\frac{8}{5}$ 和 $\frac{5}{8}$ ， $\frac{8}{5}$ 和 $\frac{5}{8}$ 互為倒數關係。

當甲數 5 是乙數 8 的 $\frac{5}{8}$ 倍時，乙數 8 就是甲數 5

的 $\frac{8}{5}$ 倍， $\frac{5}{8}$ 和 $\frac{8}{5}$ 互為倒數的關係

基準量 VS 比較量 VS 倍數關係

- ① 基準量及比較量已知，求倍數關係的問題。
- ② 倍數關係及基準量已知，求比較量的問題
也可以求母子和(差)
- ③ 倍數關係及比較量已知，求基準量的問題
也可以求母子和(差)

倍數關係及基準量已知，求比較量的問題

※乙=100，甲是乙的 $\frac{3}{5}$ 倍，甲=?

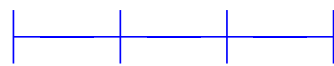
解法一：利用乘數是分數的乘法來解決問題

$$\text{甲是乙的}\frac{3}{5}\text{倍} \Rightarrow \text{甲} = \text{乙} \times \frac{3}{5}$$

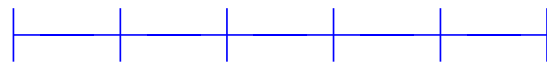
$$\Rightarrow \text{甲} = 100 \times \frac{3}{5} = 60$$

解法二：畫出 $\frac{3}{5}$ 倍關係的線段圖來解決問題

甲=?



\Rightarrow 3個 $\frac{1}{5}$



\Rightarrow 5個 $\frac{1}{5}$

乙=100

$(100 \div 5) \times 3 = 20 \times 3 = 60$ ，得到甲=60。

※乙=60，甲是乙的 $\frac{5}{3}$ 倍，甲+乙=?

倍數關係及比較量已知，求基準量的問題

※乙 = 60，乙是甲的 $\frac{3}{5}$ 倍，甲 = ?

解法一：利用除數是分數的除法來解決問題

$$\begin{aligned} \text{乙是甲的}\frac{3}{5}\text{倍} &\Rightarrow \text{乙} = \text{甲} \times \frac{3}{5} \\ &\Rightarrow 60 = \text{甲} \times \frac{3}{5} \\ &\Rightarrow \text{甲} = 60 \div \frac{3}{5} \\ &= 60 \times \frac{5}{3} = 100 \end{aligned}$$

解法二：畫出 $\frac{3}{5}$ 倍關係的線段圖來解決問題

$$\text{乙} = 60$$



⇒ 3 個 $\frac{1}{5}$



⇒ 5 個 $\frac{1}{5}$

$$\text{甲} = ?$$

$$(60 \div 3) \times 5 = 20 \times 5 = 100, \text{ 得到 } \text{甲} = 100。$$

解法三：透過倒數關係來解決問題

乙是甲的 $\frac{3}{5}$ 倍 \longleftrightarrow 甲是乙的 $\frac{5}{3}$ 倍

基準量未知問題 \longrightarrow 比較量未知問題

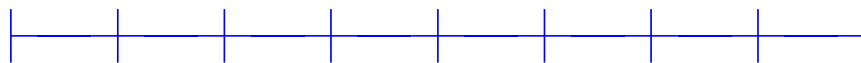
$$60(\text{乙}) \times \frac{5}{3} = 100(\text{甲}), \text{ 得到 } \text{甲} = 100。$$

※乙是甲的 $\frac{5}{8}$ 倍，甲 + 乙 = 260，甲、乙 = ?

$$\text{乙} = \text{甲} \times \frac{5}{8} \rightarrow \text{甲} + \text{乙} = \text{甲} + \text{甲} \times \frac{5}{8} = 260$$

解法一：畫出 $\frac{5}{8}$ 倍關係的線段圖來解決問題

乙：5份



甲：8份

$$\text{甲} + \text{乙} = 13 \text{ 份} = 260$$

何謂最簡單整數比

最簡單整數比的教學重點為何？

$$10 : 6 = 5 : 3$$

$$20 : 12 = 5 : 3$$

$$30 : 18 = 5 : 3$$

$$50 : 30 = 5 : 3$$

$$80 : 48 = 5 : 3$$



5 : 3 是 5 份 : 3 份

1 份 可以是任意數

※ 乙 = 60，乙是甲的 $\frac{3}{5}$ 倍，甲 = ?

乙是甲的 $\frac{3}{5}$ 倍 \Rightarrow 乙 : 甲 = $\frac{3}{5} : 1$

$$= 3 : 5$$

= 3 份 : 5 份

※ 乙是甲的 $\frac{5}{8}$ 倍，甲 + 乙 = 260，甲、乙 = ?

乙是甲的 $\frac{5}{8}$ 倍 \Rightarrow 乙 : 甲 = $\frac{5}{8} : 1$

$$= 5 : 8$$

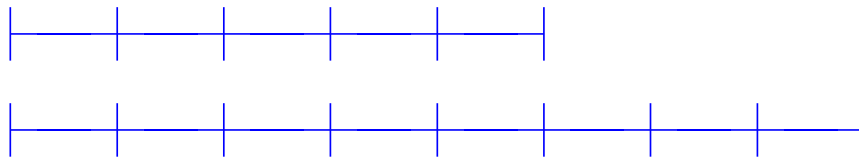
= 5 份 : 8 份

※乙是甲的 $\frac{5}{8}$ 倍，甲+乙是乙的多少倍？

$$\begin{aligned} \text{乙是甲的}\frac{5}{8}\text{倍} &\longrightarrow \text{乙}:\text{甲}=\frac{5}{8}:1 \\ &=5:8 \\ &=5\text{份}:8\text{份} \end{aligned}$$

畫出 $\frac{5}{8}$ 倍關係的線段圖來解決問題

乙：5份



甲：8份

正比 VS 反比 VS 比值

不同長度的竹竿和影子對應的長度表

竹竿長	50	60	70	80	90
影子長	25	30	35	40	45

單位：公分

還有有哪些溝通竹竿和影子對應長度的方法？

- ①竹竿長度和對應影子長度同時改變，而它們的比值不變，稱竹竿長度和影子長度成正比。
- ②形如「 $y=kx$ 」的函數，稱之為成正比。
- ③函數的圖形是過原點的直線，稱之為成正比。

國小階段有必要引入成正比的圖示？

面積 30 長方形長邊和寬邊的對應表

長邊	1	2	3	5	6	10	15	30
寬邊	30	15	10	6	5	3	2	1

還有有那些溝通長邊和寬邊對應關係的方法？

①長邊倒數和寬邊成正比，稱長邊和寬邊成反比

②形如 $y = \frac{k}{x}$ 的函數稱成反比。

③形如 $xy = k$ 的函數稱成反比。

哪一種溝通成反比的表示法較恰當？