

教育部 100 學年度中小學科學教育專案年度期末報告

計畫編號：75

計畫名稱：數學營隊辦理與推廣策略之研究

主持人：洪雪芬老師

執行單位：高雄市博愛國小

壹、計畫目的及內容

本計畫為教育部 98、99 學年度中小學科學教育計畫「數學營隊教材研發與課程經營之研究」之延伸研究計畫，本計畫的研究夥伴在 98、99 學年度兩年之中，已發展出中、高年級數學創意推理初階教材 16 份、進階教材 10 份；低年級數學繪本教學教材 18 份。兩年來，數學營隊活動辦理成效頗佳，參與學生積極投入、興致盎然，98、99 學年度研究成果均受到審查教授相當大的鼓勵與肯定。

在科教專案研發成果的分享方面，我們曾應邀到高雄市紅毛港國小、高雄縣上平國小、連江縣中正國中小、連江縣介壽國中小、金門縣正義國小、澎湖縣文光國小等六個學校辦理學生數學營隊，也應邀到台東縣辦理為期五天的數學夏令營，參與學生反應都非常熱烈。

值此高雄縣、市合併為「高雄市」的今天，值得我們深思的問題有二：第一個問題是如何主動出擊，將所研發的數學創意活動推廣到更多高雄市的學校，嘉惠更多學生；第二個問題是高雄縣、市合併之後，幅員很大，如何辦理數學營隊，才能達到推廣的效果。

因應上述問題，本計畫「數學營隊辦理與推廣策略之研究」，以推廣為前提，依照高雄市地理區域，分「原高雄市、旗山地區、鳳山地區和岡山地區」等四區辦理數學營隊。首先，主動出擊邀約各區對數學創意教學有興趣的教師共同參與活動，透過同儕教學觀摩來切磋數學教學的創意與策略；其次，透過學生問卷和解題表現分析來探討學生學習成效。研究目的如下：

- (一) 探討數學創意教學之推廣策略。
- (二) 探討數學營隊辦理之學習成效。

貳、文獻探討

「遊戲導向教學法」或說「遊戲教學法」最早是由 Aufshnaiter、Schwedens 及 Helanko 在 1984 年所提出的，主張以開發有趣的單元活動教材來改善教學與學習情境，他們認為影響學生認知推理過程中最重要的因素乃是：學生不斷的透過發展成長中的實際行動與感覺，把事物、行動和實體等各方面建立成一個客觀化的系統，進而形成概念結構，並增進其解決問題的能力（引自王明慧，1996）。

饒見維（1996）在「國小數學遊戲教學法」一書中指出：「數學遊戲教學法」乃是把數學科的教學活動轉變成遊戲活動的教學方法，也就是指教師有計畫地在所安排的遊戲活動中，提供學生機會學習做選擇及做決定，並從中獲取概念性的知識，同時也讓兒童主動參與的知識挑戰活動中得到學習的樂趣。而數學遊戲教學法有四個特性：（一）**適度的挑戰性**：在一個遊戲活動中，教師通常會設定某種思考任務或目標，學生則設法運用既有的數學知能來達成該任務或目標，而學生要達成目標需通過某些限定條件的挑戰，限定的條件愈多代表挑戰性愈大。遊戲的挑戰性必須適中，否則不易引起學生興趣。（二）**競賽性與合作性**：多數的遊戲都具有某種競賽的成分，競賽往往能激起人類好勝的天性，並造成活動的挑戰性與趣味，增加學生參與活動的動機與興趣。值得注意的是在涉及團體的競賽裡，不僅有競爭的成分，也具有合作的成分。良好的遊戲要有適當的合作成分，才不會造成個人與個人之間過度激烈的競爭。（三）**機遇性與趣味性**：遊戲之所以稱為遊戲，往往是因為遊戲的過程具有某種機遇的因素，造成遊戲的趣味性。（四）**教育性**：好的數學遊戲要能幫助學生養成數學的概念，讓學生運用數學的知能或讓學生精熟數學的技能，以不著痕跡的方式達成教育目標。

Skemp（1987）指出數學學習分為「關係式理解」和「機械式的理解」，關係式理解就是知其然也知其所以然；機械式的理解則是沒

有理由的規則。然而，許多老師和學生口中的理解竟然是「機械式的理解」，這也是造成學生畏懼數學的一大因素。任何人身處符號系統過度優勢、概念結構過度萎縮的教學情境時(即只會操作數學符號但不懂數學意義)，絕對不會快樂；因為，只有理解才能造成自信。周士傑(2005)指出設計一個良好的遊戲導入教學，教師需付予遊戲適當的教學目標，遊戲導入教學須以學生「學習」為主。陳姿蓉等(2006)研究發現，在數學遊戲教學過程中，教師的引導是影響學習成效的重要因素。

Marty (1985) 以中學生為對象進行數學電腦遊戲教學，以研究學生在代數能力方面的數學成就、態度以及圖解能力。實驗組在每次下課前 15-20 分鐘給學生玩電腦遊戲、時間持續四星期。結果發現學生在數學態度方面成績有顯著增加。Keller (1990) 以四年級的學生為對象，研究策略性遊戲對於發展學生積極的態度和對於問題解決的堅持度。他以四年級的老師形成一個教學團體，設計和實施十週的介入課程，結果發現學生在學習動機及態度上的分數明顯提升，而且對於問題解決方面的態度和堅持上也有積極提升。王明慧 (1996) 以活潑化的教學模式，對 87 位國一學生進行數學學習研究，活潑化的教學模式指的是寓數學於生活遊戲中、數學的實用性、增進學生正向的數學學習興趣與態度、提供學生一個和諧的學習情境及注重數學思考。其研究方法是以實驗法為主，並採觀察、訪談、問卷調查等方法搜集資料。研究發現：實驗組在數學學習動機和班級學習氣氛方面的表現顯著優於控制組，而有 71.1% 的學生願意選擇活潑化教學模式，20% 無意見，僅有 8.9% 選擇傳統式教學模式。王克蒂 (1999) 利用 15 個屬於三種不同類型的數學遊戲，以一個月的時間，15 節課，31 小時的外加式遊戲教學課程對國小四年級的學生進行實驗研究，研究結果發現：學生在有關策略和空間能力問題上有顯著的效果，但是計算能力方面可能因為教學時間不足而沒有明顯的改變。林嘉玲 (2000) 以

協同行動研究的方式對國小四年級學生進行數學遊戲融入建構教學的研究。實施教學時間約為二個半月。研究結果發現：把遊戲融入教學活動中，不僅可以提升研究者的教學能力，在學生學習方面，將數學遊戲融入於教學活動中不但能提高學生的學習興趣也能讓學生覺得生活中處處有數學。葉盛昌（2003）透過教學設計的數學遊戲，利用行動研究模式，針對五年級的學生進行為期三個多月的數學教學研究，研究的結果發現：大多數的學生喜歡遊戲式的數學教學模式，學生在實驗教學後表現出自信，尤其多數學生產生有信心、有決心去完成其他非例行性數學題目，學習態度上也顯出有正面的效果。而且實驗組在成就測驗表現上有顯著進步的效果。吳宛儒、楊德清、蔡鳳秋（2005）以故事情境融入數學面積單元作教學研究，研究對象是國小四年級學童，透過觀察學生上課的反應情形，對學生數學日記、課後訪談等資料做質性分析，研究結果發現除了學生可以掌握與面積有關的數學概念外，故事情境教學也能激發孩子的學習動機、提昇孩子的成就感。Wickett(2000)利用繪本「阿曼達的瘋狂大夢」對三年級學生做為乘法故事的寫作與解題訓練的教材，研究發現學童可以寫出關於乘法的故事，有些學童甚至寫出很完整的故事。

綜上所述，我們發現透過數學遊戲與數學繪本教學，學生的學習動機、學習興趣、學習態度和自信心有顯著提升；學生的問題解決、策略運用能力、空間能力有明顯增強；甚至在成就測驗上也有明顯的進步；也就是說透過數學遊戲的教學，可以讓學生因為理解得到成就感，進而喜歡數學，然而，在數學遊戲教學過程中，教師的引導是影響學習成效的重要因素。

總之，本計畫期望透過數學營隊遊戲教材的研發及營隊課程的經營，引導學生對數學的理解從「機械式的理解」進步到「關係式理解」，學生能從解題成就感中，逐步愛上數學。

參、研究方法及步驟：

一、文獻探討：探討數學遊戲教學、數學學習與教師角色相關文獻。

二、數學營隊教材撰寫：持續研發國小中高年級數學創意活動。

三、專家諮詢：邀請數學領域專家學者，進行諮詢與交流。

四、營隊規劃：

100 學年上學期，選擇大型學校**岡山地區**梓官國小(50 班)、**鳳山地區**仁武國小(49 班)和中型學校**原高雄市**明義國小(29 班)辦理數學營隊，每個學校教學時間為 3 個半天，對象是四年級學生，教學內容為七巧板、五連塊、正方體展開圖、撲克牌魔術等。實施期程規畫如下：

學校名稱	教學年級	教學日期
梓官區梓官國小(岡山地區)	四年級	100 年 11/10、11/17、11/24 下午
仁武區仁武國小(鳳山地區)	四年級	100 年 11/11、11/18、11/25 下午
小港區明義國小(原高雄市)	四年級	100 年 12/16、12/23、12/30 下午

100 學年下學期，選擇**旗山地區**小型學校金竹國小(6 班)、溝坪國小(6 班)、觀亭國小(7 班)、西門國小(7 班)辦理數學創意教學，四所學校均安排 1 個半天，對象是三、四、五、六年級學生，教學內容為七巧板、五連塊，實施期程規畫如下：

學校名稱	教學年級	教學日期
內門區金竹國小(旗山地區)	三、四、五、六年級	101 年 03/09 上午
內門區溝坪國小(旗山地區)	三、四、五、六年級	101 年 03/09 下午
內門區觀亭國小(旗山地區)	三、四、五、六年級	101 年 03/16 上午
內門區西門國小(旗山地區)	三、四、五、六年級	101 年 03/16 下午

五、問卷分析：針對參與數學營隊之學生與教師問卷進行分析。

六、數學解題表現和學習成效分析：針對參與數學營隊之學生解題表現和學習成效進行分析。

肆、研究成果與討論

一、團隊運作及分工

本團隊運作及分工如下：計畫撰寫：雪芬；文獻整理：秉筠、書欣。數學營隊教學：雪芬、書欣、欽堂、正誼、昌國、昌智、秀芳、智瑜、書伶。教材研發、期中及期末報告撰寫：雪芬。特別感謝柳賢教授給予數學營隊規劃與經營之指導，感謝左太政教授給予期中、期末報告撰寫之指導。

二、研發國小中高年級數學創意推理活動設計 18 份

已完成國小中高年級數學創意推理活動設計 18 份，如下表：

項次	主題	年級	數學向度
1	七巧板	三、四年級	幾何
2	貪心的三角形	四年級	幾何
3	周長與面積	四年級	數量
4	1 平方公尺有多大	四年級	數量
5	五連塊	三、四年級	連結
6	撲克牌排序魔術	三、四年級	連結
7	正方體展開圖	五、六年級	幾何
8	三角形探索	五、六年級	幾何
9	橢圓	五、六年級	幾何
10	就是要平分	五、六年級	幾何
11	1 立方公尺有多大	五、六年級	數量
12	黃金比例之美	五、六年級	數量
13	摩天輪探索	五、六年級	數量
14	雙頭怪數	五、六年級	數量
15	月曆透視鏡	五、六年級	代數
16	複合形體探索	五、六年級	連結
17	撲克牌猜數字魔術	五、六年級	連結
18	冰淇淋甜筒	五、六年級	連結

三、數學營隊之學習態度與解題表現分析

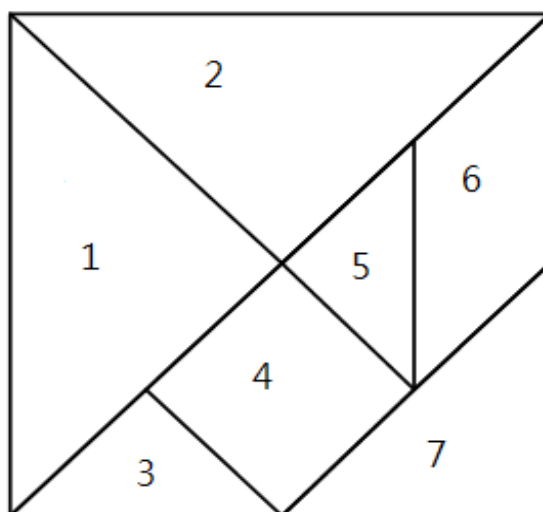
本計畫透過學生問卷來了解學生之學習態度，回收有效問卷梓官國小 23 份、仁武國小 16 份、明義國小 19 份，一共 58 份。問卷內容分為「能不能做到該學習活動要求」、「喜不喜歡該學習活動」和「參與整體數學營隊之感受」三個面向，一共 18 題。問卷分析採五點量表來統計，非常同意 5 分、同意 4 分、沒意見 3 分、不同意 2 分、非常不同意 1 分。學生解題表現則採質性分析方式進行。

(一)「七巧板」主題之學習態度分析


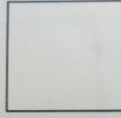
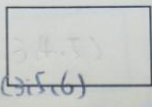
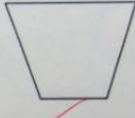
數學營隊分梓官國小、仁武國小和明義國小三個學校辦理，其中仁武國小，沒有進行「找出面積一樣大的七巧板」活動，因此問卷數只有 42 份，從問卷結果可以得知，關於七巧板主題的學習，在五點量表中，都達到 4.6 以上，表示學生能用七巧板排出指定圖形、能找出面積一樣大的七巧板，也喜歡七巧板課程。


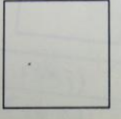
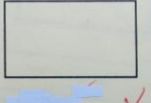
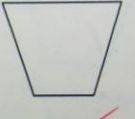
(二)「七巧板」主題之解題表現分析

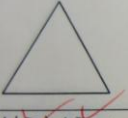
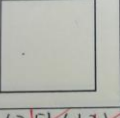
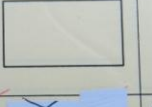
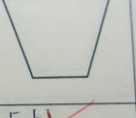
關於七巧板的拼排，首先引導學生將七巧板編號（如下圖），其次鼓勵學生勇於嘗試和探索，並將結果記錄下來。



學生的拼排紀錄，舉例如下：

一、七巧板				
	三角形	正方形	長方形	梯形
二片	 (1,2) (3,5)	 (5,3) (1,2)	 (3,4,5) (3,5,6) X	 (6,5) (6,3)
三片	(3,5,7)	(3,5,7)	(4,3,5) (3,7,5)	(3,4,5) (3,5,6)
四片	(2,3,5,6) (1,3,5,6) (1,3,4,5) (2,3,4,5)	(3,4,5,6)	(3,4,5,6) ✓	(1,3,4,5) (3,4,5,6)
其他 5	(3,4,5,6,7)	(7,5,6,3,4)		
其他 6		(1,2,3,4,5,6,7)		
◎面積一樣大			二、撲克牌魔術	
一個對一個	① = ② ⑤ = ③			我會變撲克牌魔術~~猜數字
多個對一個	④ = ③ ⑥ = ⑤ ⑦ = ③ ⑧			
	① = ② ③ ④ = ③ ⑤ ⑥			

一、七巧板				
	三角形	正方形	長方形	梯形
二片	 (1,2) (3,5)	 (1,2) (3,5)	 (3,5,7) X	 (5,6)
三片	(3,5,7)	(3,5,7)	(3,5,6) (3,4,5)	(3,4,5)
四片	(1,3,5,7) (1,3,4,5)	(2,3,5,7) (2,3,4,5)	(3,5,6,7) ✓	(3,4,5,6)
其他	(3,4,5,6,7)	(1,2,3,4,5,6,7)	(3,4,5,6,7)	(1,2,3,4,5) ✓
其他	(1,2,4,5,6,7)			(1,2,3,5,6) (1,2,3,4,5,6,7)
◎面積一樣大			二、撲克牌魔術	
一個對一個	① = ② ⑤ = ③			我會變撲克牌魔術~~猜數字
多個對一個	⑧ = ③ ⑦ = ④			

一、七巧板				
	三角形	正方形	長方形	梯形
二片	 (1,2) (3,5)	 (3,5) (1,2)	 X	 (5,6)
三片	(3,5,7)	(3,5,7)	(3,5,6) (3,4,5)	(3,4,5)
四片	(1,3,5,7) (2,3,5,7)	(2,3,4,5) (1,3,4,5)	(3,5,6,7) ✓	(3,4,5,6) ✓
其他	(1,2,3,4,5) (3,4,5,6,7)	(1,2,3,4,5,6,7)	(3,4,5,6,7) ✓	(1,2,3,4,5) ✓
其他	(2,3,5,6)			(1,2,3,5,6) ✓ (1,2,3,4,5,6,7)
◎面積一樣大			二、撲克牌魔術 (2,3,5,6) ✓	
一個對一個	① = ③ ④ = ⑤			我會變撲克牌魔術~~猜數字
多個對一個	② = ③ ④ ⑤ ⑦ = ③ ⑤ ⑧			
	① = ③ ⑤ ④ = ③ ⑤ ⑥ ⑦ = ③ ⑤			

一、七巧板				
	三角形	正方形	長方形	梯形
二片	(1,2)(5,3) ✓	(5,3)(2,1) ✓	× (3,5,1) ✓	(5,6)(6,3) ✓
三片	(1,3,5)(6,3,5) ✓	(5,3,7) ✓	(3,5,6)(3,4,5) ✓	(3,4,5) ✓
四片	(3,1,7,5)(1,3,4,5) ✓	(1,7,5,3)(2,3,6,5) ✓	(3,5,7,6) ✓	(1,3,4,5)(3,4,5,6) ✓
其他	(3,4,5,6,7) ✓	(1,2,3,4,5,6,7) ✓	(3,4,5,6,7) ✓	(1,2,3,4,5) ✓
其他	(6,5,4,3,7) ✓	(3,4,5,6,7) ✓		
◎面積一樣大		二、撲克牌魔術		
一個對一個	①=② ③=④ ✓		我會變撲克牌魔術~~猜數字	
多個對一個	②=③④⑤ ④=⑤⑥ ①=③④ ✓			
	④=⑤⑥ ✓			

學生的解題紀錄統計如下：

	正方形	三角形	長方形	梯形
二片	(1,2)(3,5)	(1,2)(3,5)	×	(3,6)(5,6)(6,7)
三片	(3,5,7)	(3,4,5)(3,5,6) (3,5,7)	(3,4,5)(3,5,6) (3,5,7)	(3,4,5)(3,5,6) (3,5,7)
四片	(1,3,4,5)(1,3,5,6)(1,3,5,7) (2,3,4,5)(2,3,5,6)(2,3,5,7)		(3,4,5,6)(3,5,6,7)	(1,3,4,5)(3,4,5,6) (3,4,5,7)(3,5,6,7)
五片	(3,4,5,6,7)		(1,2,3,4,5)(1,2,3,5,6)(1,2,3,5,7) (3,4,5,6,7)	
六片	×		(1,3,4,5,6,7)(2,3,4,5,6,7)	
七片	(1,2,3,4,5,6,7)			
備註	尚有長方形(3,4,5,7)、梯形(1,7)(2,7)(3,4)(3,7)(4,5)(5,7)(4,5,6)是學生沒找出來的。			

找出面積一樣大的七巧板，學生的解答統計如下：

一個對一個	①=② ③=⑤
多個對一個	①=③④⑤、②=③④⑤、①=③⑤⑥、②=③⑤⑥ ④=③⑤、⑥=③⑤、⑦=③⑤
備註	一個對一個，尚有④=⑥=⑦是學生沒找出來的。

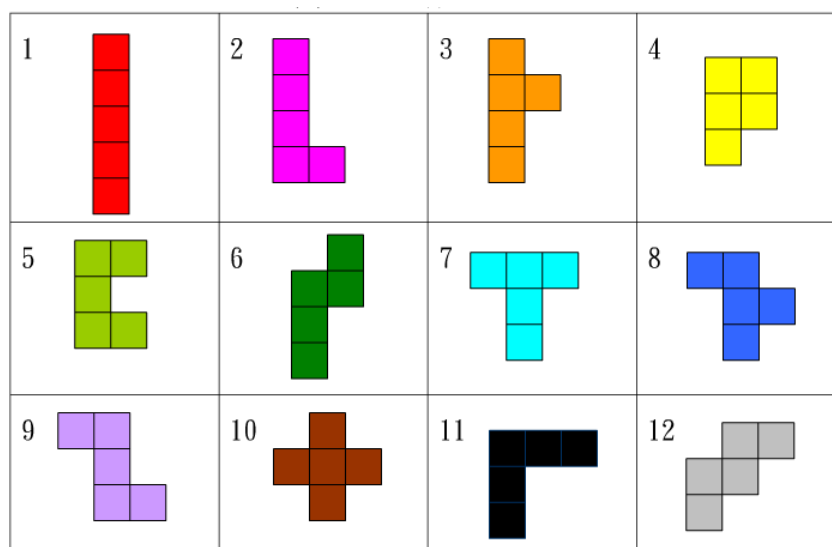
(三)「五連塊」主題之學習態度分析

從問卷結果可以得知，關於五連塊主題的學習，在五點量表中，都達到 4.6 以上，表示學生能拼出 12 種五連塊、能用五連塊拼出長方形，也顯示學生非常喜歡五連塊課程。

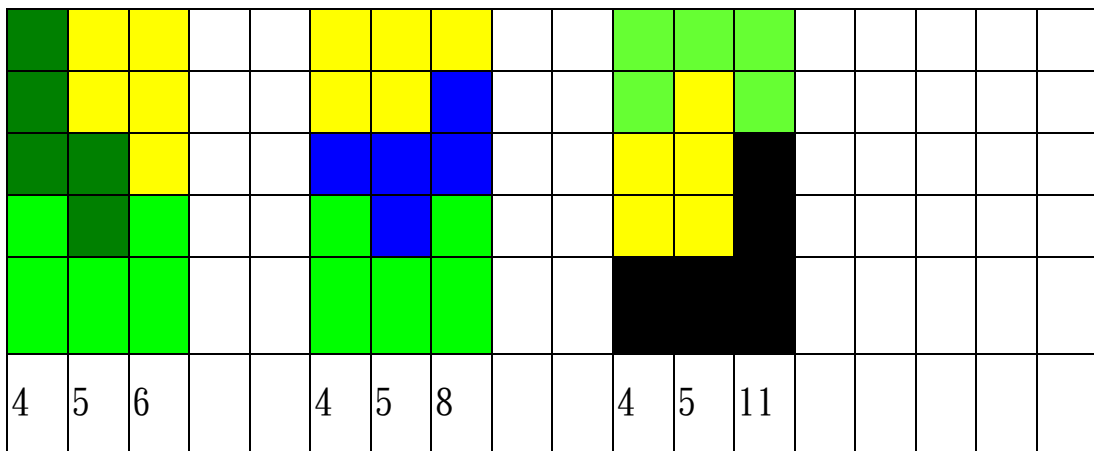
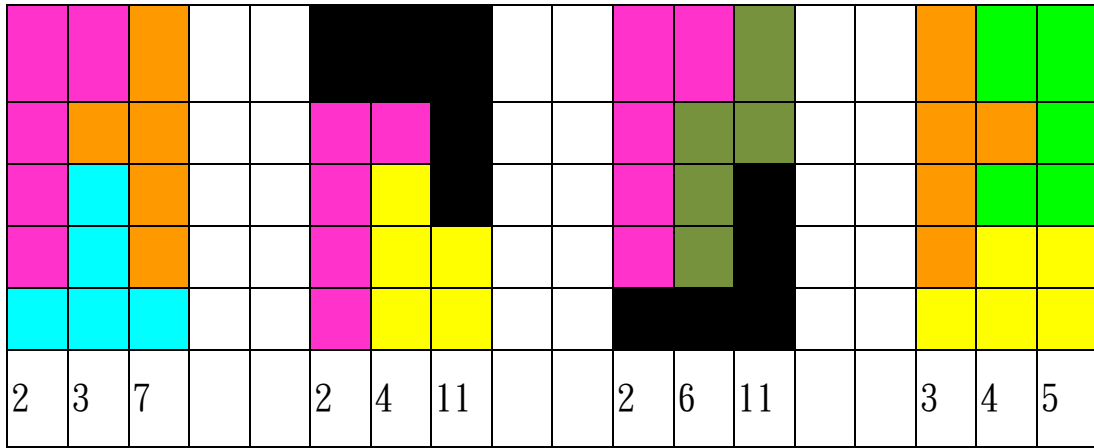
問卷題目	五點量表	問卷份數
1. 我能夠拼出 12 種「五連塊」。	4.70	58
2. 我能夠用「五連塊」拼出長方形。	4.67	58
3. 我喜歡「五連塊」課程。	4.86	58

(四)「五連塊」主題之解題表現分析

1. 鼓勵學生透過拼排找出 12 種五連塊。
2. 引導學生用三片或四片「五連塊」拼出長方形，為了讓學生能溝通用哪些五連塊可拼出長方形，首先引導學生將五連塊編號(如下圖)，其次鼓勵學生勇於嘗試和探索，並將結果記錄下來。



用三片五連塊拼排的長方形，共有 7 種(如下圖)，學生都找出來了。分別是 (2, 3, 7)、(2, 4, 11)、(2, 6, 11)、(3, 4, 5)、(4, 5, 6)、(4, 5, 8)、(4, 5, 11)。用四片五連塊拼排的長方形，種類很多，則鼓勵學生自由拼排。



學生的拼排紀錄，舉例如下：

<p>1700 找出十二種五連塊</p>	<p>1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. </p>
<p>用三片 拼成一個長方形</p>	<p>(4, 5, 8) ✓ (3, 4, 5) ✓ (4, 5, 6) ✓ (3, 2, 7) ✓ (11, 4, 5) ✓</p> <p>450 1520</p>
<p>用四片 拼成一個長方形</p>	<p>(11, 9, 2, 6) ✓ (11, 2, 4, 7) ✓ (9, 4, 1, 2) ✓ (3, 5, 2, 1) ✓ (12, 7, 4, 1) ✓ (3, 4, 11, 7) ✓</p> <p>100 150 150 150</p>

找出十二種五連塊		1200 ✓
用三片 拼成一個長方形	$(4,5,8)$ $(4,5,11)$ $(5,6)$ $(3,4,5)$ $(2,6,11)$	2500 500
用四片 拼成一個長方形	$(2,3,4,5)$ $(2,3,5,8)$ $(3,4,5,6)$ $(2,3,4,11)$ $(2,3,5,11)$ $(2,3,7,8)$ $(2,6,7,11)$ $(2,5,8,11)$	800 150 150 150 150 150 150 150

找出十二種五連塊		1200 ✓
用三片 拼成一個長方形	$(2,4,11)$ $(3,4,5)$ $(2,6,11)$ $(4,5,11)$	150 150 150
用四片 拼成一個長方形	$(2,6,7,11)$ $(2,3,4,5)$ $(2,3,5,11)$ $(2,5,8,11)$ $(2,6,9,11)$ $(2,3,7,11)$	150 150 150 150 150 150

$\begin{array}{r} 2000 \\ 1500 \\ 2000 \\ + 2500 \\ \hline 8000 \end{array}$

找出十二種五連塊		1200 ✓
用三片 拼成一個長方形	$(4,8,5)$ $(4,5,11)$ $(2,6,11)$ $(3,4,5)$ $(4,5,6)$	400 150
用四片 拼成一個長方形	$(9,4,3,11)$ $(2,6,7,11)$ $(2,3,4,11)$ $(2,11,4,7)$	150 150 150

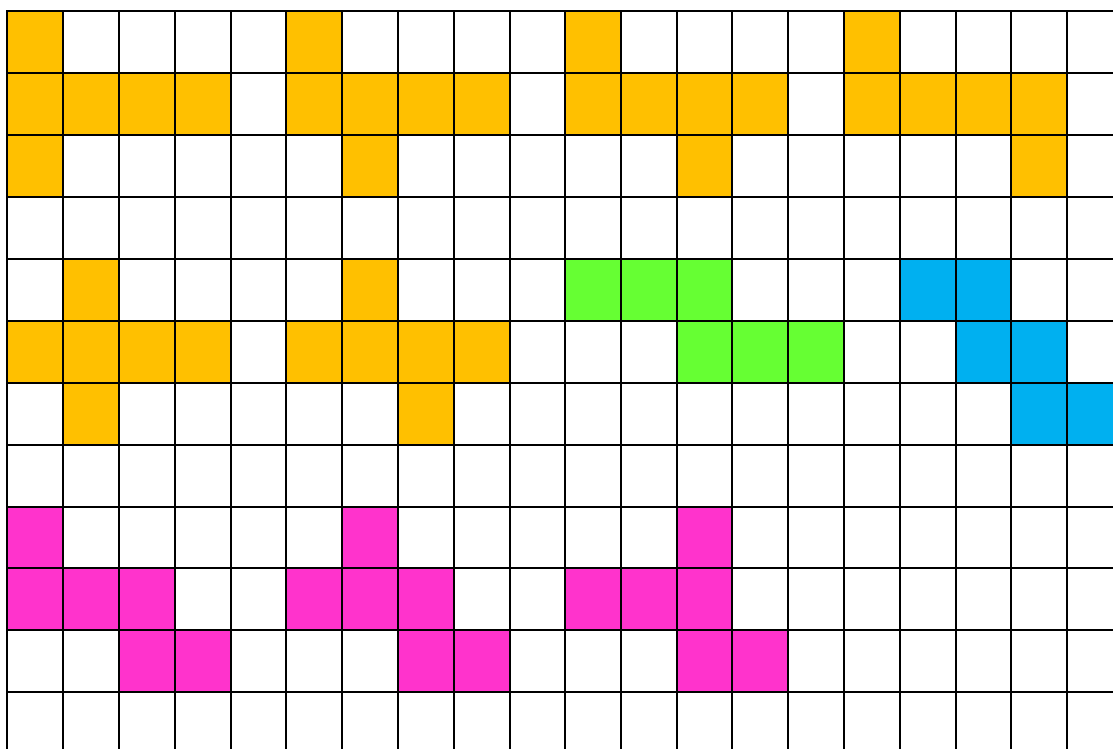
(五)「正方體展開圖」主題之學習態度分析

問卷題目	五點量表	問卷份數
1. 我能夠找出 11 種「正方體展開圖」。	4.68	58
2. 我能夠找出「正方體展開圖」相對的面。	4.69	42
3. 我喜歡「正方體展開圖」課程。	4.67	58

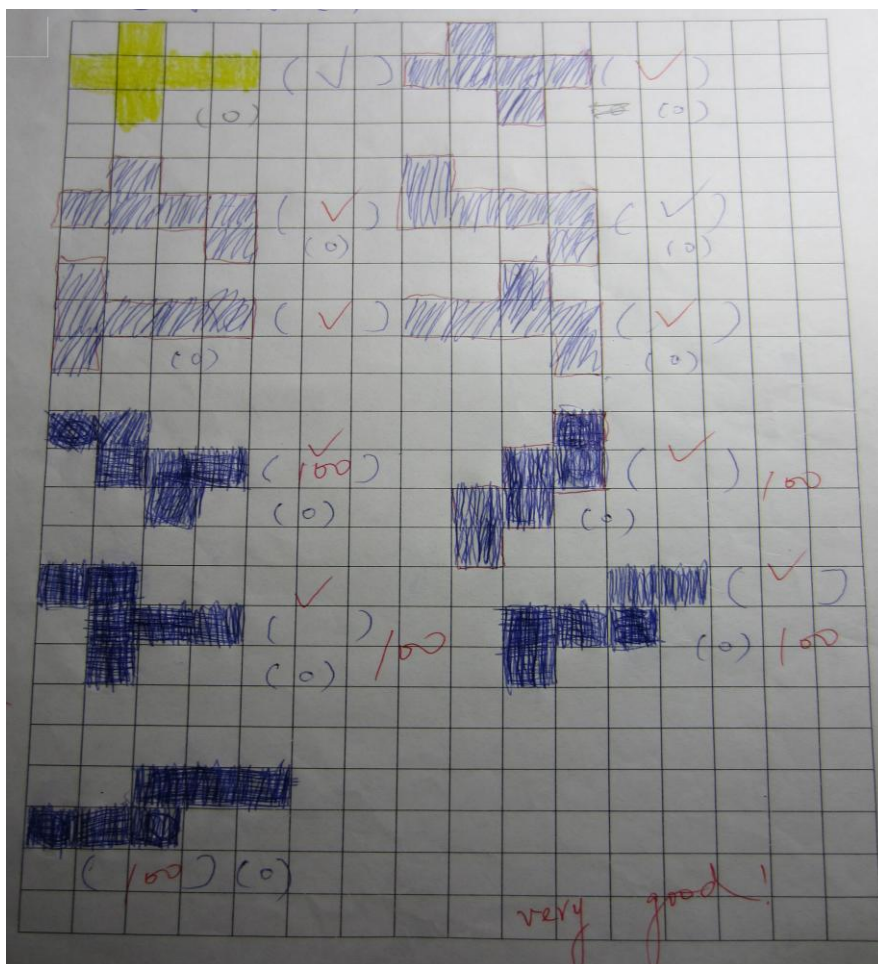
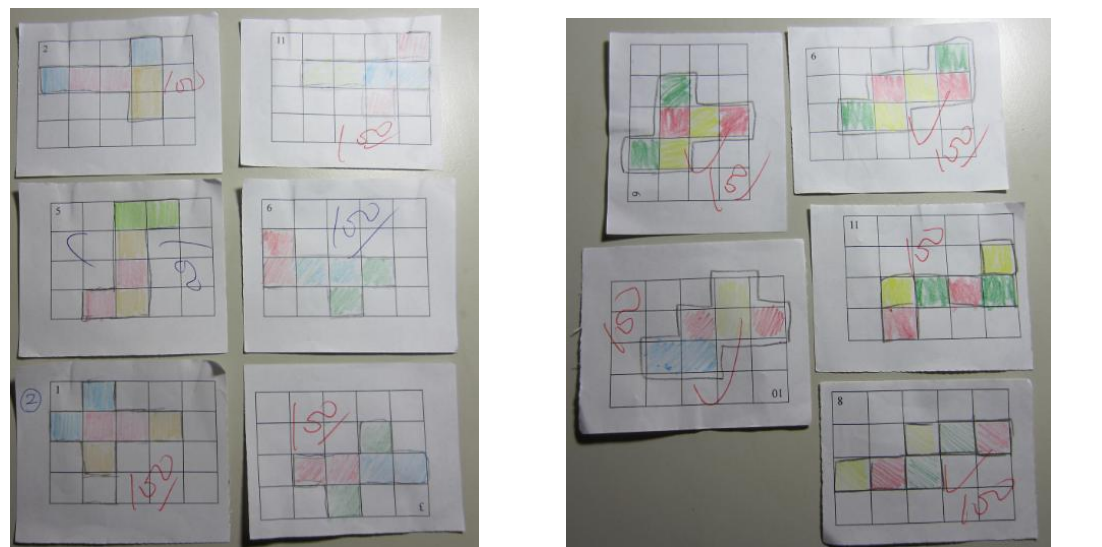
數學營隊分梓官國小、仁武國小和明義國小三個學校辦理，其中仁武國小，沒有進行「找出正方體展開圖相對的面」活動，因此問卷數只有 42 份，從問卷結果可以得知，關於正方體展開圖主題的學習，在五點量表中，都達到 4.6 以上，表示學生能找出 11 種「正方體展開圖」、能找出正方體展開圖相對的面，也喜歡正方體展開圖課程。

(六)「正方體展開圖」主題之解題表現分析

正方體展開圖共有下列 11 種（如下圖），學生透過全班討論，已能全部找出 11 種正方體展開圖。



學生的拼排紀錄，舉例如下：



(七)「撲克牌魔術」主題之學習態度分析

問卷題目	五點量表	問卷份數
1. 我會變「撲克牌魔術」--排序	4.67	58
2. 我會變「撲克牌魔術」--猜數字	4.71	42
3. 我喜歡「撲克牌魔術」課程。	4.91	58

數學營隊分梓官國小、仁武國小和明義國小三個學校辦理，其中仁武國小，沒有進行「撲克牌魔術-猜數字」活動，因此問卷數只有42份，從問卷結果可以得知，關於撲克牌魔術主題的學習，在五點量表中，都達到4.6以上，表示學生會變「撲克牌魔術」--排序和猜數字，也顯示學生非常喜歡撲克牌魔術課程。

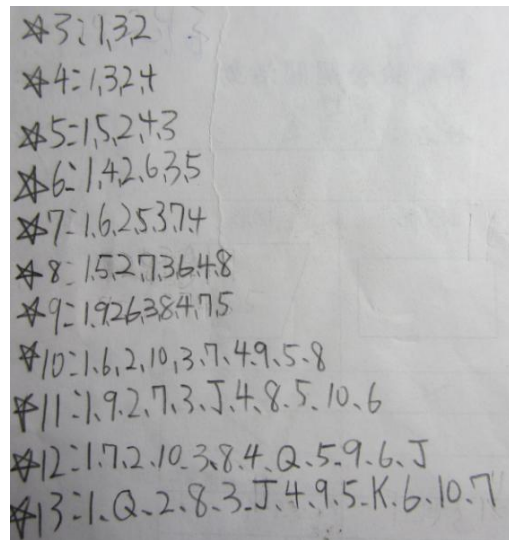
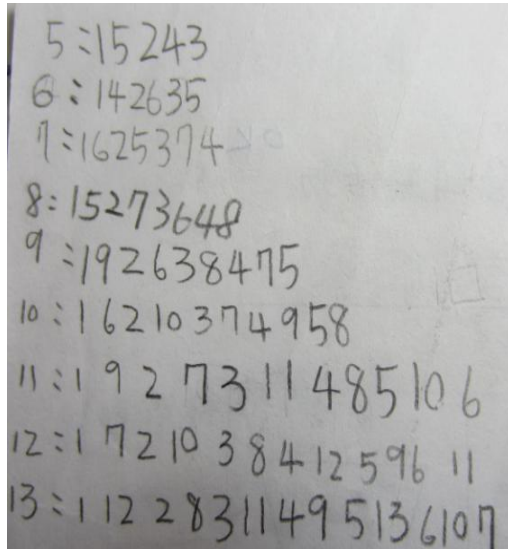
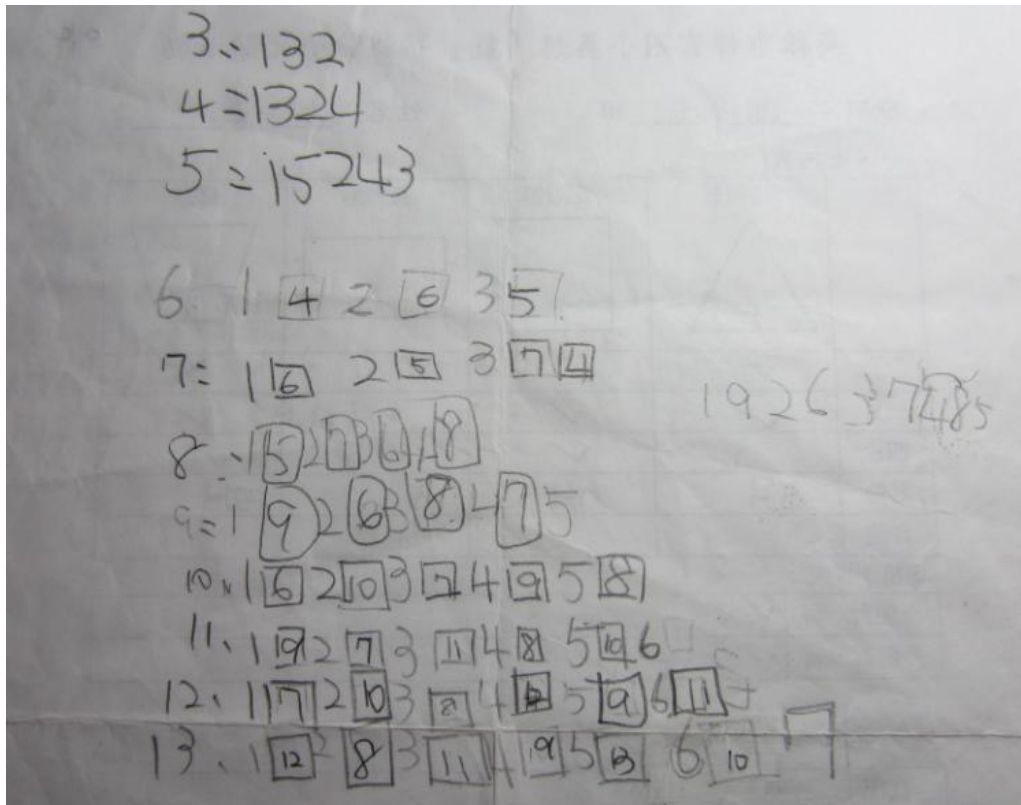
(八)「撲克牌魔術」主題之解題表現分析

1. 撲克牌魔術--排序之規律

魔術魔法：以10張撲克牌為例，手上拿著10張撲克牌面朝下，翻出第一張撲克牌，出現「數字一」；將第二張牌移至整疊撲克牌最下面，翻出第三張牌出現「數字二」；將第四張牌移至最下面，翻出第五張牌出現「數字三」，重複上述的動作，依序翻出「數字四、五、六、七、八、九、十」。

撲克牌張數	撲克牌排序之規律
3	1, 3, 2
4	1, 3, 2, 4
5	1, 5, 2, 4, 3
6	1, 4, 2, 6, 3, 5
7	1, 6, 2, 5, 3, 7, 4
8	1, 5, 2, 7, 3, 6, 4, 8
9	1, 9, 2, 6, 3, 8, 4, 7, 5
10	1, 6, 2, 10, 3, 7, 4, 9, 5, 8
11	1, 9, 2, 7, 3, 11, 4, 8, 5, 10, 6
12	1, 7, 2, 10, 3, 8, 4, 12, 5, 9, 6, 11
13	1, 12, 2, 8, 3, 11, 4, 9, 5, 13, 6, 10, 7

學生解題記錄如下：



2. 撲克牌魔術—猜數字之秘笈

- 魔術玩法：
1. 一副撲克牌取出鬼牌，算清楚牌數是否為 52 張
 2. 將整副牌花色向下握於手中，自上往下翻出 20 張，花色向上；**此時請不著痕跡地牢記第十張之花色及數字**；然後將此 20 張牌翻轉花色朝下暫置一旁。
 3. 另由手中所剩之 32 張牌中隨意取 3 張排成一列，花色向上；(所選之 3 張牌數字和最好是大於 10，而且越大越好，較為有趣)
 4. 將手中之 29 張牌依次遞補至上述 3 張牌面上，使各牌面數字與遞補牌數之和各為 13，如下圖例所示：

5	7	K
遞補至和為 13	遞補至和為 13	遞補至和為 13
(遞補 8 張牌)	(遞補 6 張牌)	(遞補 0 張牌)
 5. 將遞補後手中所剩之牌花色朝下疊於擱置一旁之 20 張牌上。
 6. 加總 3 張牌面上之數字和 (如圖例， $5+7+13=25$)；將第 5 項裡的牌，由上而下依序翻出花色面；第【牌面上數字和】張牌，如圖例為第 25 張牌，即是先前您辛苦牢記之第 10 張牌！

揭開撲克牌猜數字魔術秘笈：為什麼要記住第十張牌的花色和數字？學生可能的想法與做法如下：

步驟	說明
$52-20=32$	52 張牌，扣掉翻出的 20 張，手上剩 32 張牌。
$32-3=29$	32 張牌，隨意取出 3 張，手上剩 29 張牌。
$29-14=15$	29 張牌，扣掉遞補的 14 張，手上剩 15 張牌。
$15+20=35$	15 張牌，加上桌上的 20 張，手上共 35 張牌。
$35-25=10$	35 張牌，數到第 25 張(此張為答案牌)，手上剩 10 張牌。
為什麼答案排是當初所記住的第十張牌？	
$20-10=10$	活動之初，曾將花色向上翻開 20 張牌，然後花色朝下暫置一旁。當初那 20 張牌，扣掉手上剩的 10 張牌，就表示魔術師要猜的第 25 張牌，恰好就是活動之初，將花色向上翻開 20 張牌時的第 10 張牌。

(九) 參與營隊之整體學習態度分析

問卷題目	五點量表	問卷份數
1. 我在營隊課程中，有運用推理能力。	4.63	58
2. 我在營隊課程中，有運用解題方法。	4.65	58
3. 三天的課程能增加我對數學學習的興趣。	4.75	58
4. 三天的課程能增加我數學解題的能力。	4.67	58

從問卷結果可以得知，關於營隊課程的參與，在五點量表中，都達到 4.6 以上，表示學生在營隊課程中，有運用推理能力、有運用解題方法；也顯示營隊課程能增加學生對數學學習的興趣、增加學生數學解題的能力。如下圖，數學營辦理期間，處處可見參與學生沉浸於解題的樂趣中，下課也不願停止研究。



學生回饋整理如下：

1. 我喜歡上「五連塊」的課程，因為可以和別人討論，而且能夠增加自己的能力，還能認識新朋友，希望五、六年級的時候還能再參加。
2. 我非常喜歡上數學體驗營，因為可以讓我增加我的數學的能力、興趣，我最喜歡的課程是今天洪老師教我們的魔術撲克牌，這是最愛的課程。
3. 我在數學營中，學會運用推理能力和解題方法。
4. 我很喜歡這次的數學營隊活動，因為很好玩、很有趣。我最喜歡玩撲克牌魔術和七巧板，我希望五年級時，還可以參加這種活動。
5. 很有趣，希望天天都可以參加，我最喜歡七巧板……等。我想要六年級都還可以參加。謝謝老師給我這麼大的鼓勵。
6. 我喜歡上五連塊和撲克牌魔術的課程，不但可以動動腦還可以增加數學能力，我希望五年級還可以繼續參加。
7. 我覺得上數學課很有趣，我非常喜歡，它讓我增加解題的能力，希望下次可以再參加。
8. 我最喜歡課程是撲克牌的課程，因為我覺得很有趣也很好玩，還可以增加聰明力，真是一舉兩得的事。希望下次五年級的時候還可以再參加。
9. 我最喜歡撲克牌魔術的猜數字的課程，不但好玩，也可以動動腦和增加數學能力，我希望到大學都可以參加。
10. 我喜歡七巧板也喜歡五連塊，以後我一定會來上課。
11. 我非常希望能夠在五年級能繼續有這個活動，我非常感謝這裡的老師，非常謝謝你們，無怨無悔的幫助我，讓我的數學能力步步高升，我非常非常非常希望我能依直到大學畢業之後，還讓學了很多魔術，謝謝你們。
12. 我希望五年級還可以再參加一次數學營隊，再學到不一樣的知識和魔術。
13. 我喜歡五連塊，我希望大學畢業還可以上課，因為五連塊可以拼出機器人。
14. 我覺得課都很好，老師很好。我希望以後可以參加。我最喜歡撲克牌。
15. 好好玩，有推理能力。我喜歡七巧板。希望五、六年級可以再來。
16. 很好玩，很刺激，我想再參加一次，也很有趣，五、六、國一年級，我都想參加，尤其是魔術，很有推理。
17. 我覺得很好玩，希望下次還可以再辦五年級、六年級都是一樣的，希望下次會更好玩。我很快樂可以認識這麼多的老師和同學，還可以學習數學對數學覺得更好玩，更對數學理解。
18. 我喜歡玩撲克牌，所以我參加了數學營。下次我也想參加數學營。

19. 我喜歡「撲克牌魔術」，它讓我覺得就算是撲克牌也可以變得很好玩。
20. 我很喜歡魔術，雖然數學很不好，但我還是很喜歡，但我如果升上五年級，說不定我就不能參加了，我還是很高興至少我已經參加兩天了，真高興。
21. 易位棋、正方體展開圖、撲克牌。我每一年都要來參加。
22. 很好玩，因為我在數學魔術營時，讓我增加對數學的興趣，也增加了我數學推理的能力。
23. 我覺得這次的數學營，讓我學到很多知識，也讓我學到變魔術，這樣以後就可以變魔術給同學看，也可以教同學變魔術。
24. 我能夠跟大家一起玩數字卡、撲克牌、五連塊、七巧板，在這三天的課程裡，增加我豐富的解題能力，所以我覺得非常好玩。
25. 我覺得一開始還不知道魔術要怎麼變，之後我上了魔術課之後，我才知道魔術原來會那麼有趣。
26. 三天的課程能增加我數學解題能力。三天的課程能增加我對數學學習的興趣。

四、數學創意教學推廣之成效分析

100 學年下學期，選擇旗山地區小型學校金竹國小（6 班）、溝坪國小（6 班）、觀亭國小（7 班）、西門國小（7 班）辦理數學創意教學，對象是三、四、五、六年級學生，由於各校中年級教師均參與七巧板之教學觀摩，高年級教教師均參與五連塊之教學觀摩，因此，為了讓數學創意教學達到推廣的效果，我們特別贈送七巧板和五連塊教具給四所學校，鼓勵各校中、高年級教師在校內相互交流七巧板和五連塊之教學策略，並於 5 月 30 日回報校內推廣成果；由教授給予回饋與指導。本計畫透過問卷來了解教師對於**數學創意教學推廣**的看法，回收有效問卷 9 份。問卷內容分為「對 3 月 9 日或 16 日教學演示的看法」、「對 3 月-5 月校內交流的看法」和「對 5 月 30 日專業成長的看法」三個面向，一共 8 題。問卷分析採五點量表來統計，非常同意 5 分、同意 4 分、沒意見 3 分、不同意 2 分、非常不同意 1 分。問卷整理分析如下：

教學演示 (3月9日或16日)	五點量表	問卷份數
中年級七巧板教學演示	4.6	8
中年級七巧板學生學習表現	4.4	7
高年級五連塊教學演示	4.7	9
高年級五連塊學生學習表現	4.6	9
校內交流 (3月-5月)	五點量表	問卷份數
校內七巧板教學之交流分享	4.1	7
校內五連塊教學之交流分享	4.2	9
專業成長(5月30日)		
專業成長課程之規劃與安排	4.9	9
專業成長課程內容之實用度	4.8	9
請針對夥伴學校協作規畫，說一句您最想說的話		
<ol style="list-style-type: none"> 1. 有學習就會有成長，正 20 面體的實作很棒。 2. 數學可深可廣，不簡單。 3. 內容生動、實用，讓數學更生活化、更趣味化。 4. 數學很有趣!期望有好玩的教學，讓學生開心學習。 5. 謝謝您們的創新與分享，可多做分享與實際教學。 6. 遠道而來，拓展教學新世界，希望可以有機會再一起在課堂上精進。 7. 五連塊教學過程中發現閱讀和繪畫方面專長的小朋友，在活動中展現更優。 		

從問卷結果可以得知，關於數學創意教學之推廣情形，在五點量表中，3月9日和16日的教學演示和學生表現都達到4.4以上，表示數學創意教學和學生學習情形，獲得該校教師的肯定；3月到5月之校內七巧板、五連教學之交流分享在五點量表中，僅達到4.1和4.2，可見校內分享策略和動力尚待加強；5月30日之專業成長，在五點量表中，竟然高達4.8和4.9，可見教授之魅力和專業成長課程受教師歡迎之程度。

伍、結論與建議

一、結論

本研究目的有二：(1) 探討數學創意教學之推廣策略。(2) 探討數學營隊辦理之學習成效。結論如下：

(一) 數學創意教學之推廣策略，根據目標之不同，分為著重學習內涵深度或著重參與學生廣度兩種。

本研究採用的數學創意教學之推廣策略有兩種：

1. 著重學習內涵之深度：選擇大型學校和中型學校辦理數學營隊，每個學校營隊教學時間為 3 個半天，教學時間 9 小時，參與對象為四年級學生，如此一來，學生學到的數學內涵較多，感受較深。

2. 著重參與學生之廣度：選擇小型學校辦理數學創意教學，每個學校安排 1 個半天，教學時間 2 小時，參與對象涵蓋三、四、五、六年級學生，如此一來，不但參與學生廣度高，也可帶動該校中、高年級教師之教學交流和專業成長。

經過討論與省思，發現兩種方式雖然各有千秋，但是宜截長補短，將參與對象維持三、四、五、六年級學生，但時間折衷改為 6 小時，如此一來，既可讓參與對象年級面向較廣，也可讓學生學習內涵較多。

(二) 數學營隊辦理之學習成效，學習態度、解題表現和後設認知回饋三方面均優。

關於本研究數學營隊辦理之學習成效，可從三個面向來看：

1. 學習態度方面：關於七巧板、五連塊、正方體展開圖和撲克牌魔術四項主題的學習，從問卷得知，學生學習態度在五點量表中，都達到 4.6 以上，相當正向積極。

2. 解題表現方面：關於七巧板、五連塊、正方體展開圖和撲克牌魔術四項主題的學習，從學生解題表現得知，學生的解題相當多元，不但符合預期教學目標，甚至超出預定之學習目標，學習成效頗佳。

3. 後設認知方面：關於學生參與數學營隊後設認知方面，從問卷得知，學生認為自己在數學營隊課程中，有運用推理能力、有運用解題方法；學生認為數學營隊課程能增加自己對數學學習的興趣，能提升自己的數學解題能力；而從數學營隊結束後，學生所寫的文字回饋中，我們可以清楚的看見，透過數學營隊的辦理，學生真的「愛上」數學，也「愛」上數學。

二、建議

(一)運用本計畫研發教材之建議：本計畫已研發中、高年級數學營隊教材 18 份，已上傳在國教輔導團網站，建議各校辦理數學營隊時，可以參酌學生的程度，選擇適當的教學活動進行教學，以提升學生學習興趣和成效。也建議各校教師根據現行課程內涵，選擇適當的活動設計搭配課程內涵於課堂中進行教學，以激發學生潛能，深化數學學習內涵。

(二)數學營隊教學推廣之建議：本計畫執行時，正值高雄縣市合併之際，因此，考量地域之平均分配，分原高雄市、旗山、鳳山和岡山等四區辦理數學營隊。目前高雄市共分為 38 區，統籌規劃為六大輔導區，因此，建議未來計畫宜根據高雄縣市合併後之六大輔導區，每區選一所學校來辦理數學營隊，逐年實施，如此將能透過數學營隊之推廣，讓更多學生體會學習數學之樂趣、欣賞數學之美。

陸、參考資料：

- 王明慧(1996)。國一數學科活潑化教學模式對提昇學習動機與班級學習氣氛之實驗研究。國立高雄師範大學數學教育研究所論文，未出版。
- 王克蒂(1999)數學遊戲效益之教學研究-以國小四年級學生為例。國立台灣師範大學論文。
- 吳宛儒、楊德清、蔡鳳秋 (2005)。故事情境融入國小數學科教學之研究~以面積單元為例。科學教育研究與發展，41，74-93。
- 林嘉玲 (2000) 數學遊戲融入建構教學之協同行動研究。花蓮：國立花蓮師範學院國小科學教育研究所碩士論文。
- 周士傑(2005)。遊戲導入國小六年級數學教學設計與反思。國立中山大學教育研究所碩士論文，未出版。
- 陳姿蓉等(2006)。國小遊戲數學學生學習與創造力。數學創意教學研討會論文集。
- 葉盛昌 (2003)。遊戲式數學教學模式對學生數學學習的影響。國立臺中師範學院數學教育學系在職進修教學碩士學位班碩士論文，未出版，台中。
- 饒見維(1996)。國小數學遊戲教學法。台北：五南。
- Keller, J. J. (1990). Strategy Games:Developing Positive Attitudes and Perseverance toward Problem Solving with Fourth Feadeers . Jan, Master Practicum Report, Nova University.
- Marty, J. F. (1985) . Selected effects of a Computer Game ON Achievement , Attitude , and Graphing Ability in Secondary School Algebra (Mathematics , Cai ,Computer-Assisted Instruction , Microcomputers , Educational Technology) , Oregon State University Doctoral Dissertation Abstract.
- Skemp,R. (1987) .The psychology of learning mathematics. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Wickett, M. S. (2000). Amanda Bean and the Gator Girls: Writing and Solving Multiplication Stories. Teaching Children Mathematics, 6(5), 282-285. (EJ602308)

柒、教育部 100 學年度中小學科學教育專案研發教材

國小中高年級數學創意推理活動設計

高雄市博愛國小 洪雪芬

項次	主題	年級	數學向度
1	七巧板	三、四年級	幾何
2	貪心的三角形	四年級	幾何
3	周長與面積	四年級	數量
4	1 平方公尺有多大	四年級	數量
5	五連塊	三、四年級	連結
6	撲克牌排序魔術	三、四年級	連結
7	正方體展開圖	五、六年級	幾何
8	三角形探索	五、六年級	幾何
9	橢圓	五、六年級	幾何
10	就是要平分	五、六年級	幾何
11	1 立方公尺有多大	五、六年級	數量
12	黃金比例之美	五、六年級	數量
13	摩天輪探索	五、六年級	數量
14	雙頭怪數	五、六年級	數量
15	月曆透視鏡	五、六年級	代數
16	複合形體探索	五、六年級	連結
17	撲克牌猜數字魔術	五、六年級	連結
18	冰淇淋甜筒	五、六年級	連結

單元主題：七巧板

適用對象：三、四年級學生

教學目標：

1. 引導學生透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。
2. 引導學生運用不同塊數之七巧板，排出正方形、三角形、長方形、梯形。

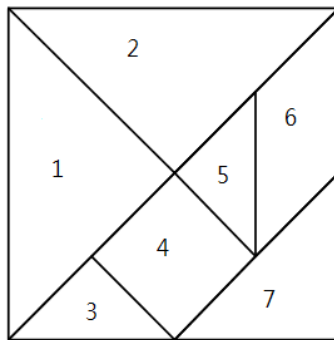
對應能力指標：

3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。

4-s-02 能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。

教學流程：

活動一：請用兩塊、三塊、四塊七巧板排出正方形、三角形、長方形、梯形。可以排成的請填入七巧之編號，無法排成的請打叉。



	正方形	三角形	長方形	梯形
二片				
三片				
四片				

活動二：探討七巧板中，哪些七巧板面積一樣大，有的是一塊和一塊一樣大，有的是多塊和一塊一樣大，請寫出七巧板的編號。

一塊對一塊	
多塊對一塊	

活動三：請用五塊、六塊、七塊七巧版排出正方形、三角形、長方形、梯形。可以排成的請填入七巧之編號，無法排成的請打叉。

	正方形	三角形	長方形	梯形
五片				
六片				
七片				

教學時間：兩節課，80 分鐘。

教具運用：學生一人一份七巧板。

參考解答：

1. 找出面積一樣大的七巧板

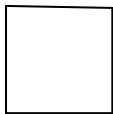
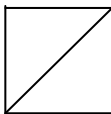
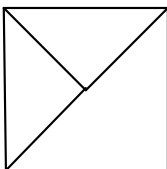
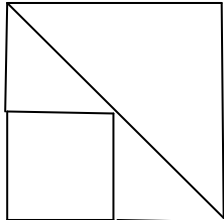
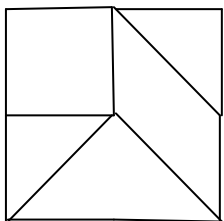
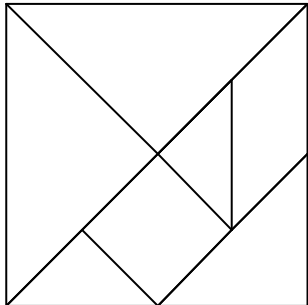
一個對一個	①=②、③=⑤、④=⑥=⑦
多個對一個	①=③④⑤、②=③④⑤、①=③⑤⑥、②=③⑤⑥ ④=③⑤、⑥=③⑤、⑦=③⑤

2. 用七巧版排出正方形、三角形、長方形、梯形。

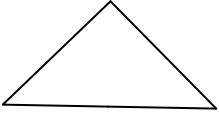
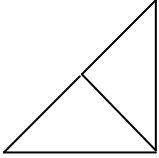
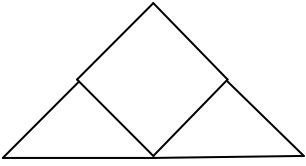
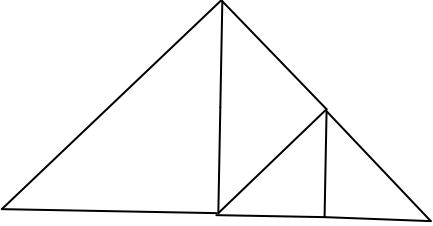
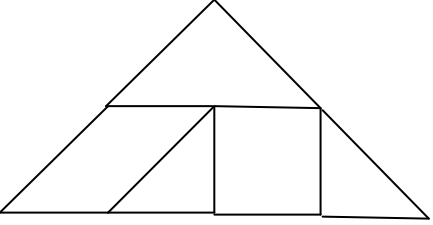
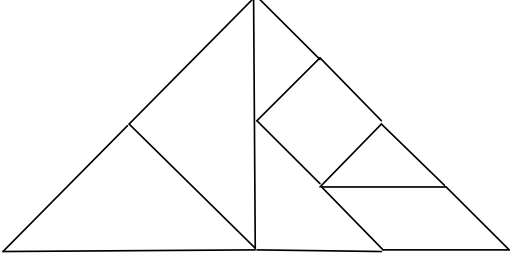
	正方形	三角形	長方形	梯形
二片	(1, 2) (3, 5)	(1, 2) (3, 5)	×	(3, 6) (5, 6) (6, 7) (1, 7) (2, 7) (3, 4) (3, 7) (4, 5) (5, 7)
三片	(3, 5, 7)	(3, 4, 5) (3, 5, 6) (3, 5, 7)	(3, 4, 5) (3, 5, 6) (3, 5, 7)	(3, 4, 5) (3, 5, 6) (3, 5, 7) (4, 5, 6)
四片	(1, 3, 4, 5) (1, 3, 5, 6) (1, 3, 5, 7) (2, 3, 4, 5) (2, 3, 5, 6) (2, 3, 5, 7)		(3, 4, 5, 6) (3, 5, 6, 7) (3, 4, 5, 7)	(1, 3, 4, 5) (3, 4, 5, 6) (3, 4, 5, 7) (3, 5, 6, 7)
五片	(3, 4, 5, 6, 7)		(1, 2, 3, 4, 5) (1, 2, 3, 5, 6) (1, 2, 3, 5, 7) (3, 4, 5, 6, 7)	
六片	×		(1, 3, 4, 5, 6, 7) (2, 3, 4, 5, 6, 7)	
七片			(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)	

3. 用七巧版排出正方形、三角形、長方形、梯形（提供一組解答圖解）。

正 方 形 的 排 法

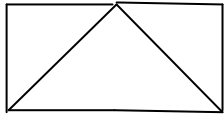
1 塊	2 塊
	
3 塊	4 塊
	
5 塊	7 塊
	

三角形的排法

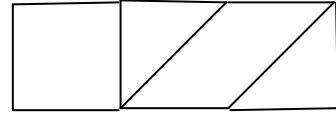
<p>1 塊</p>	<p>2 塊</p>
	
<p>3 塊</p>	<p>4 塊</p>
	
<p>5 塊</p>	<p>7 塊</p>
	

長方形的排法

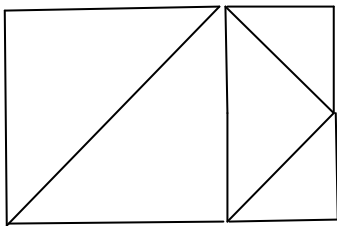
3 塊



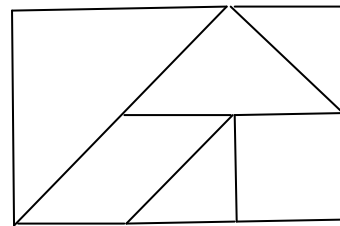
4 塊



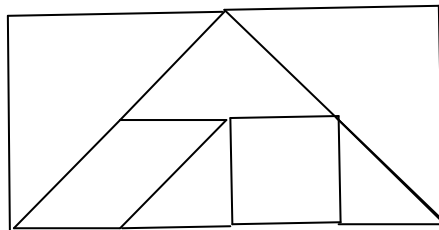
5 塊



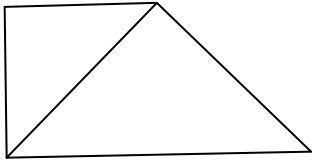
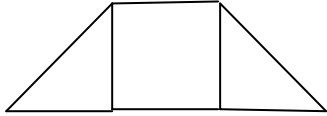
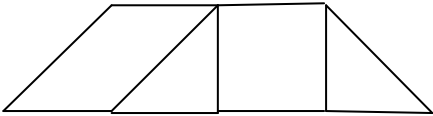
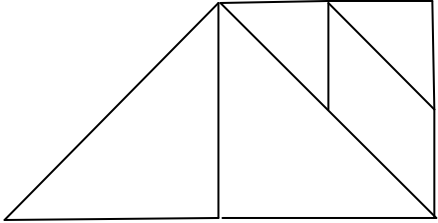
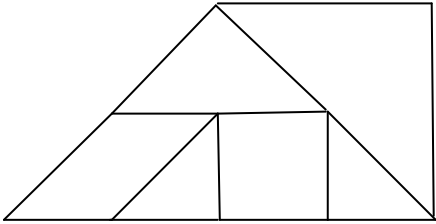
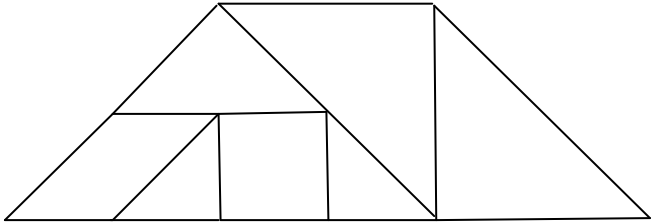
6 塊



7 塊



梯形的排法

2 塊	3 塊
	
4 塊	5 塊
	
6 塊	7 塊
	

單元主題：貪心的三角形

適用對象：四年級學生

教學目標：

引導學生運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。

對應能力指標：

4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。

4-s-02 能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。

教學流程：

活動一：「貪心的三角形」數學繪本導讀，並引導學生運用幾何扣條，拼組正三角形、正四邊形、正五邊形、正六邊形、正七邊形、…、正十二邊形。

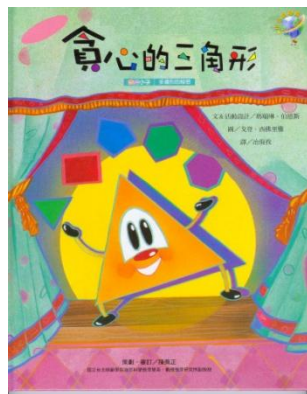
活動二：引導學生探索如何做出最少個數的三角形，但要包含如下之各種三角形，如：銳角三角形、鈍角三角形、直角三角形、正三角形、等腰三角形、等腰直角三角形。

活動三：引導學生探索如何做出最少個數的四邊形，但要包含如下之各種四邊形，如：正方形、長方形、平行四邊形、梯形、菱形、箏形、四邊不等長之四邊形。

活動四：引導學生探索運用幾何扣條可以拼出幾種直角三角形。

教學時間：兩節課，80 分鐘。

教具運用 1：運用魔數小子繪本，進行「貪心的三角形」繪本導讀。



教具運用 2：學生 5 人一組，每組 5 包幾何扣條，每包內容物為 6 種顏色扣條各 12 根，共 72 根。幾何扣條共有長短不同之六個尺寸，從短到長依序編上 1, 2, 3, 4, 5, 6 號。

學習單

幾何扣條可以拼出幾種直角三角形



我們的發現

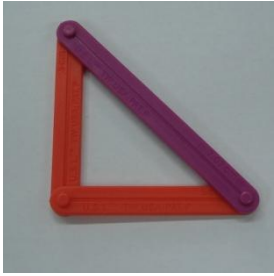
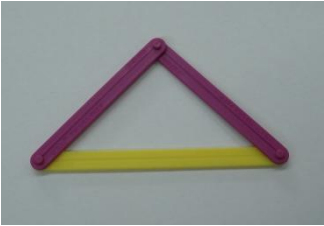
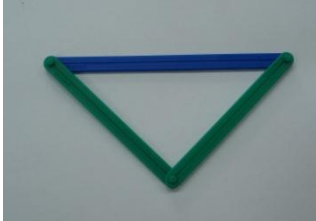
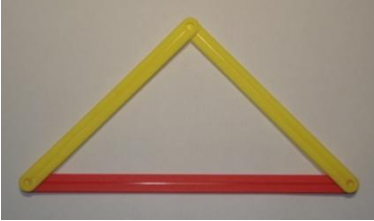

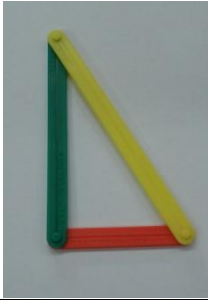
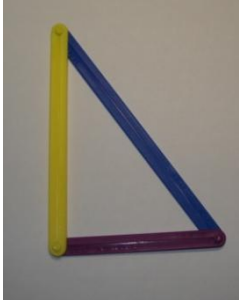

等腰直角三角形有()種，分別是：

非等腰直角三角形有()種，分別是：

◆學生可能的解答如下：

(1) 等腰直角三角形有 4 種，(①①②)、(②②④)、(③③⑤)、(④④⑥)。

(2) 非等腰直角三角形有 4 種，(①②③)、(①③④)、(②④⑤)、(②⑤⑥)。

(①①②) 橙橙紫	(②②④) 紫紫黃
	
(③③⑤) 綠綠藍	(④④⑥) 黃黃紅
	
(①②③) 橙紫綠	(①③④) 橙綠黃
	
(②④⑤) 紫黃藍	(②⑤⑥) 紫藍紅
	

單元主題：周長與面積

適用對象：四年級學生

教學目標：

1. 能閱讀「義大利麵與肉丸子」數學繪本，並掌握繪本內容周長與面積的關係之數學意涵。
2. 能探索當周長不同時，不同的排列方式，面積有何不同。

對應能力指標：

4-n-16 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同 4-s-09)

C-T-01 能把情境中與問題相關的數、量、形析出。

C-S-02 能選擇使用合適的數學表徵。

C-R-01 能察覺生活中與數學相關的情境。

教學流程：

活動一：閱讀「義大利麵與肉丸子」數學繪本，根據故事情節，將桌子排列與人數，以繪圖方式整理。

活動二：探索32人都坐在一起，有幾種排列方式，使用桌子張數為何；及哪一種排列方式最適當。

活動三：列表整理當人數是12人、16人、20人、24人、28人、32人、36人時，哪一種排列方式使用最多張桌子，哪一種排列方式使用最少張桌子，並探討其規律。

教學時間：三節課，120 分鐘。

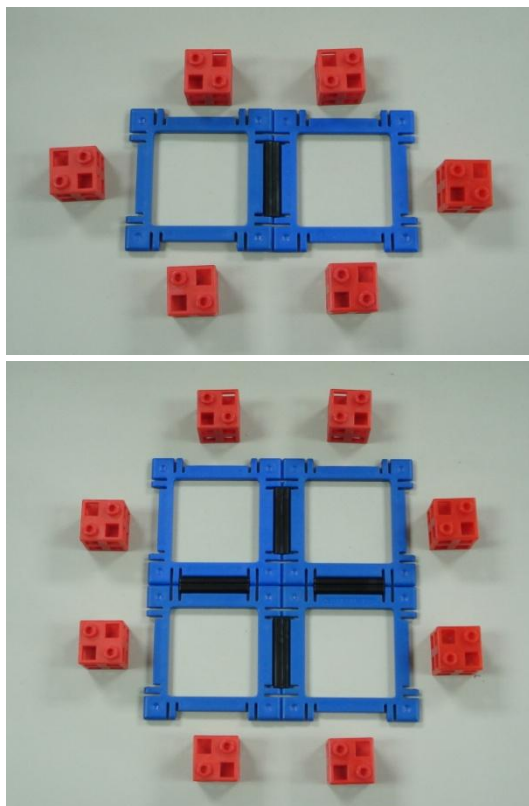
教具運用 1：運用「義大利麵與肉丸子」繪本，進行繪本導讀。

書名：魔數小子 1—義大利麵與肉丸子（周長與面積的秘密）

出版社：遠流出版社



教具運用 2：運用正方形幾何智慧片代表桌子，立體小方塊代表人，進行拼排和探索活動。學生 5 人一組，每組領取 30 片正方形幾何智慧片、立體小方塊一包、紀錄紙 10 張；合作完成各種排列與探索，下圖為教具運用示例。



教具運用 3：運用電子白板佈題說明、解題操作、解題討論和形成性評量。



活動一：閱讀「義大利麵與肉丸子」數學繪本，根據故事情節，將桌子排列與人數，以繪圖方式整理。

故事摘要：主人有 8 張方形桌子，1 張方形桌子可坐 4 人；宴客那一天，客人陸續到來，客人們隨著人數增加，一直改變桌子擺設方式，以符合 6 人、12 人、16 人、18 人、20 人、24 人、32 人之座位安排。

故事情節：2 張方形桌子併置坐 6 人；8 張方形桌子併置成 2x4 形態坐 12 人；8 張方形桌子分開擺設成 2 個 2x2 形態坐 16 人；8 張方形桌子併置成 1x8 形態坐 18 人；8 張方形桌子分開擺設成 4 個 2x1 形態坐 24 人；8 張方形桌子全部分開擺設坐 32 人。

◆學生可能做法：將桌子排列與人數，以繪圖方式整理如下：

以繪圖方式整理	發表整理成果

活動二：探索32人都坐在一起，有幾種排列方式，使用桌子張數為何；
及哪一種排列方式最適當。

◆學生可能的作法如下：透過嘗試錯誤法，或較有系統的先將人數(周長)除以2， $32 \div 2 = 16$ ，得到一個長加一個寬是16，然後找出下列8種排列方式。

- (1) 15張桌子， $(15+1) \times 2 = 32$ ，可坐32人。
- (2) 28張桌子， $(14+2) \times 2 = 32$ ，可坐32人。
- (3) 39張桌子， $(13+3) \times 2 = 32$ ，可坐32人。
- (4) 48張桌子， $(12+4) \times 2 = 32$ ，可坐32人。
- (5) 55張桌子， $(11+5) \times 2 = 32$ ，可坐32人。
- (6) 60張桌子， $(10+6) \times 2 = 32$ ，可坐32人。
- (7) 63張桌子， $(9+7) \times 2 = 32$ ，可坐32人。
- (8) 64張桌子， $(8+8) \times 2 = 32$ ，可坐32人。

種類	人數(周長)		桌子數(面積)	
	長(人)	寬(人)	桌子數(張)	形狀
1	15	1	$15 \times 1 = 15$	長方形
2	14	2	$14 \times 2 = 28$	長方形
3	13	3	$13 \times 3 = 39$	長方形
4	12	4	$12 \times 4 = 48$	長方形
5	11	5	$11 \times 5 = 55$	長方形
6	10	6	$10 \times 6 = 60$	長方形
7	9	7	$9 \times 7 = 63$	長方形
8	8	8	$8 \times 8 = 64$	正方形



活動三：列表整理當人數是12人、16人、20人、24人、28人、32人、36人時，哪一種排列方式使用最多張桌子，哪一種排列方式使用最少張桌子，並探討其規律。

◆教師：根據之前的探討，桌子怎麼安排，使用桌子張數最少？

◆學生：桌子全部分開，使用桌子張數最少。

◆教師：請列表整理當人數是12人、16人、20人、24人、28人、32人、36人時，最少使用幾張桌子。

◆學生分組探索，共同完成下列資料的填寫：

人數(周長)	使用桌子張數(面積)最少	
排列方式	桌子全部分開	
12人	$12 \div 4 = 3$	3張
16人	$16 \div 4 = 4$	4張
20人	$20 \div 4 = 5$	5張
24人	$24 \div 4 = 6$	6張
28人	$28 \div 4 = 7$	7張
32人	$32 \div 4 = 8$	8張
36人	$36 \div 4 = 9$	9張

◆教師：從表格中，你們發現什麼規律？

◆學生可能的說法如下：

(1)每張桌子坐4人，總人數 \div 4人=桌子數。

(2)若是把人數看成是周長，每張桌子周長是4，總長度 \div 4=桌子數。

◆教師：根據之前的探討，桌子怎麼安排，使用桌子張數最多。

◆學生：桌子全部排在一起，排成正方形，使用桌子張數最多。

◆教師：請列表整理當人數是12人、16人、20人、24人、28人、32人、36人時，最多使用幾張桌子。

◆學生分組探索，共同完成下表。

人數(周長)	使用桌子張數(面積)最多	
排列方式	桌子全部排在一起，排成正方形	
12 人	$12 \div 4 = 3$ ， $3 \times 3 = 9$	9 張
16 人	$16 \div 4 = 4$ ， $4 \times 4 = 16$	16 張
20 人	$20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 5 = 25$	25 張
24 人	$24 \div 4 = 6$ ， $6 \times 6 = 36$	36 張
28 人	$28 \div 4 = 7$ ， $7 \times 7 = 49$	49 張
32 人	$32 \div 4 = 8$ ， $8 \times 8 = 64$	64 張
36 人	$36 \div 4 = 9$ ， $9 \times 9 = 81$	81 張

◆教師：從表格中，你們發現什麼規律？

◆學生可能的說法如下：

(1) 總人數 \div 4 個邊 = 每邊人數 A， $A \times A =$ 桌子數。

(2) 若是把人數看成是周長，總長度 \div 4 個邊 = 每邊邊長，邊長 \times 邊長 = 桌面面積。

單元主題：1 平方公尺有多大

適用對象：四年級學生

教學目標：

1. 引導學生建立 1 平方公尺的量感。
2. 引導學生理解 1 平方公尺 = 10000 平方公分。

對應能力指標：

4-n-17 能認識面積單位「平方公尺」，及「平方公分」、「平方公尺」間的關係，並做相關計算。

教學流程：

活動一：用 100 平方公分板拼排 1 平方公尺

學生一人領取一張 A4 紙張，上面畫有 4 個 100 平方公分板，請沿著黑線外框剪下四張 100 平方公分板。再請學生依序拿出一張 100 平方公分板，實際拼排出 1 平方公尺。如下圖：



活動二：1 平方公尺 = 10000 平方公分之單位換算。

1. 以數數方式，數出 10000 平方公分。

教師：現在我們以 100 平方公分為單位，一起數數看，1 平方公尺等於多少平方公分？

學生：100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000，一排是 1000。
1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000，
一共 10000 平方公分。

2. 用算式記錄自己眼前所見的圖像。

教師：拼排 1 平方公尺，用了幾張 100 平方公分板？

學生： $10 \times 10 = 100$ ，用了 100 張。

教師：1 平方公尺等於多少平方公分？

學生： $100 \times 100 = 10000$ ，是 10000 平方公分。

教師： $100 \times 100 = 10000$ ，算式中的兩個 100 分別代表什麼意思？

學生：第一個 100 代表 1 張 100 平方公分板，第二個 100 代表有 100 張。

活動三：釐清「邊長 \times 邊長=面積」公式的意涵。

1. 透過問話釐清「邊長 \times 邊長=面積」公式的意涵。

教師：1 平方公尺的正方形，邊長是多少公分？

學生：是 100 公分。

教師：1 平方公尺等於多少平方公分？

學生： $100 \times 100 = 10000$ ，是 10000 平方公分。

教師： $100 \times 100 = 10000$ ，算式中的兩個 100 分別代表什麼意思？

學生：第一個 100 代表一排有 100 個 1 平方公分，第二個 100 代表有 100 排。

2. 分析比較兩種算法的異同。

教師：請分析比較上述兩個算法有何相同和不同之處。

學生：算式都是 $100 \times 100 = 10000$ ，但是觀看 1 平方公尺的角度不同。

A 算法：一張是 100 平方公分，有 100 張。

B 算法：一排是 100 平方公分，有 100 排。

活動四：找一找，校園中哪些物品大約有 1 平方公尺那麼大。

引導學生拿著 1 平方公尺的布，到校園中找尋哪些物品大約有 1 平方公尺那麼大。學生可能說法：教室的一片白板大約 1 平方公尺，或中庭一個櫥窗大約 1 平方公尺。

教學時間：兩節課，80 分鐘。

教具運用：1 平方公尺的布、100 平方公分的紙張。

1 平方公尺量感與面積單位換算 姓名： 座號：

(一) 1 平方公尺 = () 平方公分

請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

(二) 找一找，校園中哪些物品大約有 1 平方公尺那麼大。

請以文字或圖畫說明，讓人感受到 1 平方公尺的大小。

單元主題：五連塊

適用對象：三、四年級學生

教學目標：

1. 引導學生透過操作，找出 12 種五連塊。
2. 引導學生運用不同塊數之五連塊，排出長方形。

對應的能力指標：

C-T-01 能把情境中與問題相關的數、量、形析出。

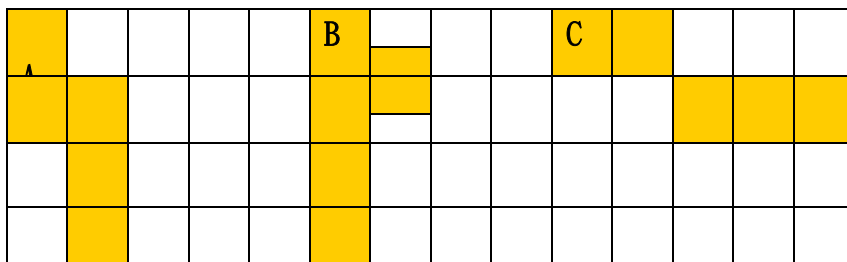
C-T-02 能把情境中數、量、形之關係以數學語言表出。

C-S-02 能選擇使用合適的數學表徵。

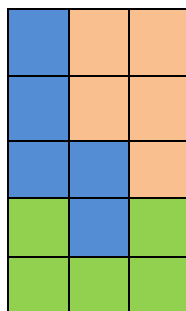
教學流程：

活動一：了解五連塊的定義並能用積木組出 12 種五連塊。

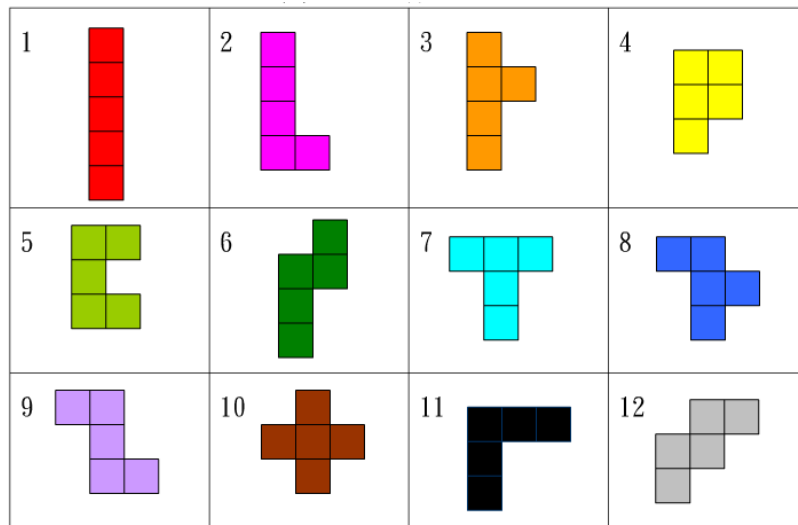
五連塊指的是用五個方塊，邊和邊對齊密合連接，在同一平面上的圖形，不能拼成兩層以上的立體圖形。(舉例說明：A 圖：邊和邊對齊密合連接，且在同一平面上，是正確的；B 圖和 C 圖：邊和邊沒有對齊密合連接，是錯誤的。)



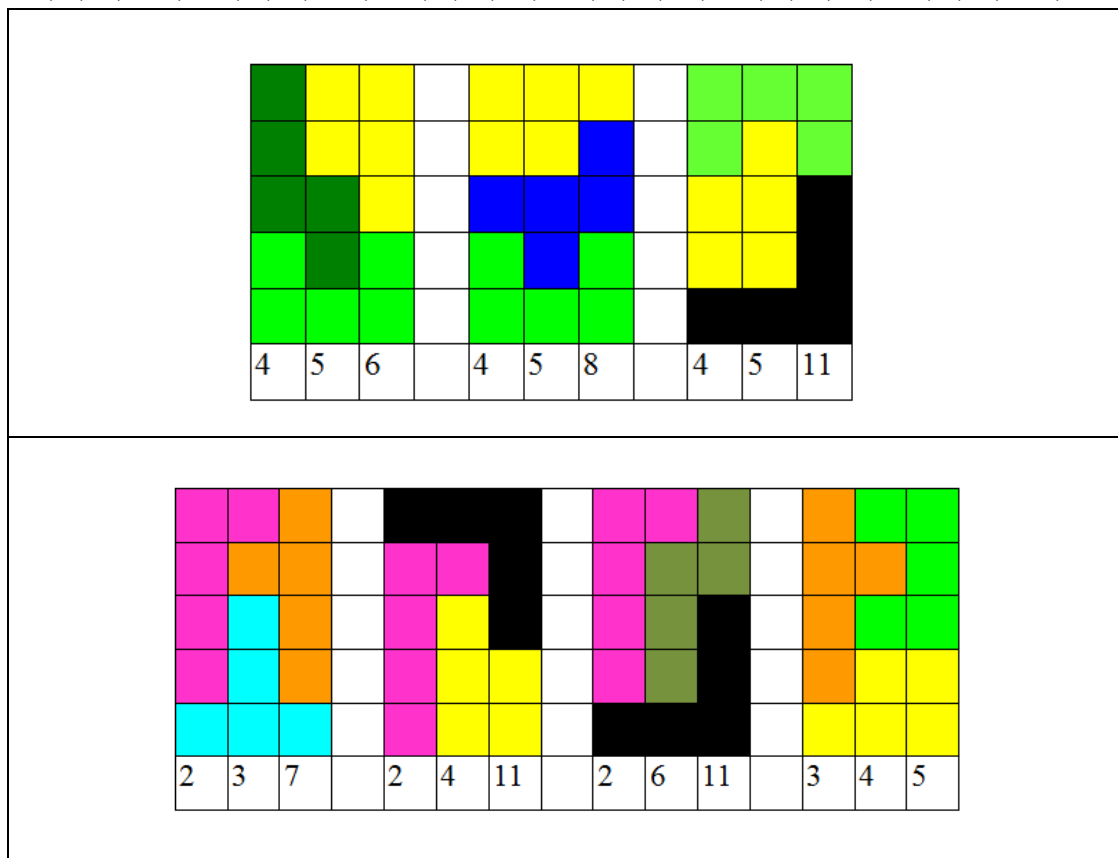
活動二：任選 3 個五連塊拼出長方形，並嘗試說出使用哪幾個五連塊，引出五連塊編號的需求。例如學生做出如下之圖形，學生可能說是由一個「閃電」、一個「凹」、一個「手槍」組成；也有的學生可能說是由一個「閃電」、一個「注音符號ㄇ」、一個「英文字 P」組成；進而引出五連塊編號的需求。



活動三：先將五連塊編上1-12號（如下圖），然後任選3個五連塊拼出長方形，並記下所使用五連塊的編號，如（2, 3, 7）。



用 3 個五連塊拼排的長方形，共有 7 種（如下圖），分別是（2, 3, 7）、（2, 4, 11）、（2, 6, 11）、（3, 4, 5）、（4, 5, 6）、（4, 5, 8）、（4, 5, 11）。



活動四：利用 4 個、5 個、6 個五連塊排出長方形，用色筆將答案畫下來，並記下所使用五連塊的編號。用 4 個、5 個、6 個五連塊拼排的長方形，種類很多，則鼓勵學生自由拼排。舉例如下：

3	4	5	8		2	3	4	12			2	4	9	11

3	4	6	11	12			2	4	5	7	10		

2	4	5	6	7	10			2	4	5	9	10	11

教學時間：二節課，80分鐘。

教具運用1：學生一人一組積木教具(如下圖)，每種顏色5個積木，共12種顏色，請學生運用積木拼出十二種五連塊。

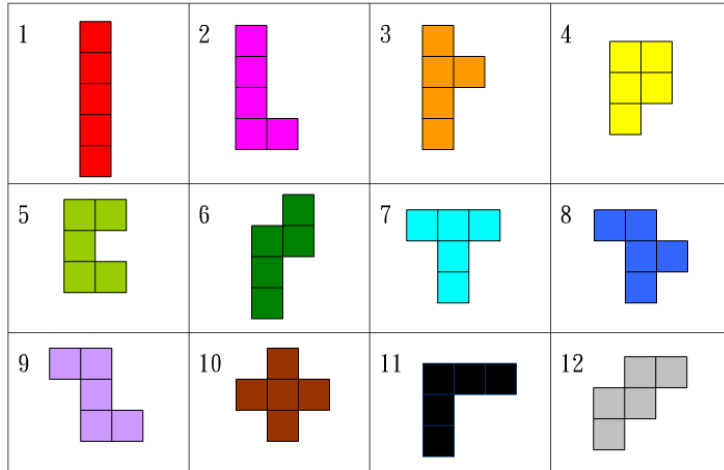


教具運用2：利用3個、4個、5個五連塊排出長方形，用色筆將答案畫下來，並記下所使用五連塊的編號。

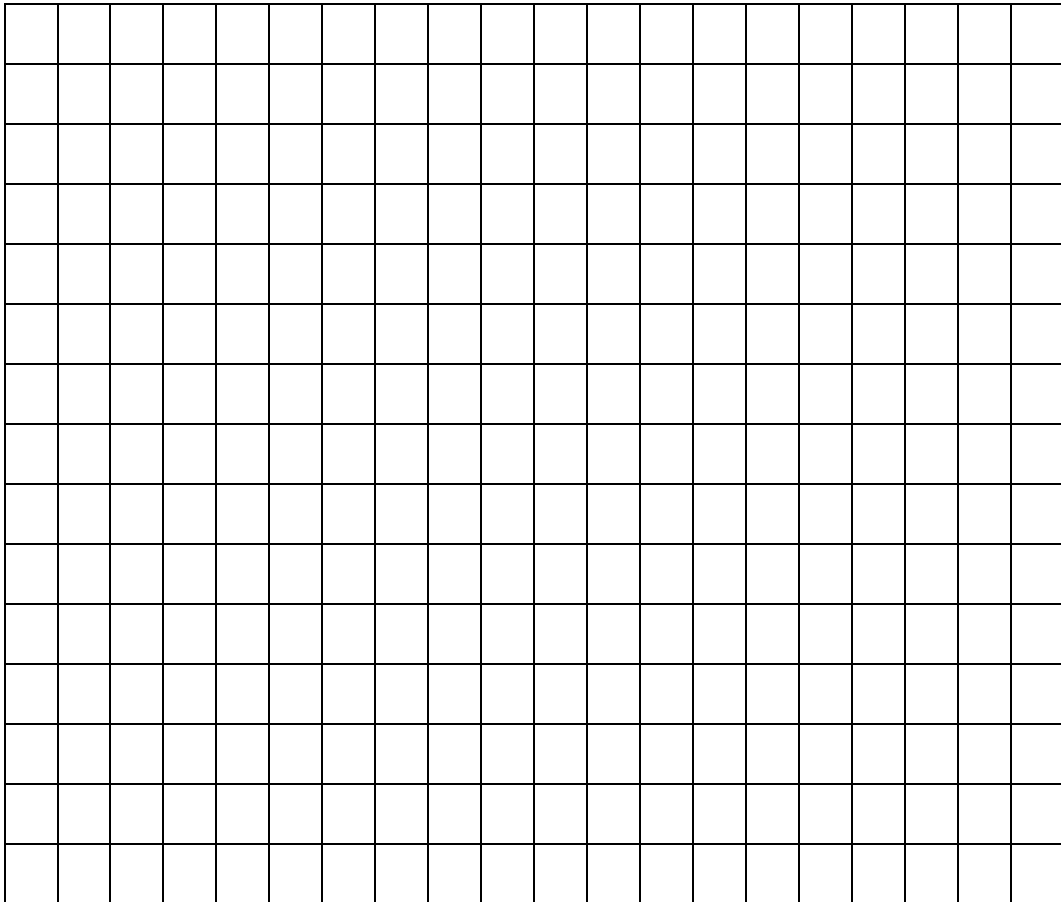


學習單

五連塊探索



請分別用 3 個、4 個、5 個五連塊，各拼成一個長方形，並畫下來。



單元主題：撲克牌排序魔術

適用對象：三、四年級學生

教學目標：引導學生探索撲克牌排序魔術所蘊含的數學規律，並嘗試找出解開魔術的秘笈。

對應能力指標：

C-S-02 能選擇使用合適的數學表徵。

C-S-03 能熟悉解題的各種歷程：觀察、臆測、檢驗、推演、驗證等。

教學流程：

魔術魔法：以 10 張撲克牌為例，手上拿著 10 張撲克牌面朝下，翻出第一張撲克牌，出現「數字一」；將第二張牌移至整疊撲克牌最下面，翻出第三張牌出現「數字二」；將第四張牌移至最下面，翻出第五張牌出現「數字三」，重複上述的動作，依序翻出「數字四、五、六、七、八、九、十」。

活動一：撲克牌排序魔術初探：

1. 引導學生拿出三張撲克牌 1, 2, 3，練習撲克牌排序魔術，學生會發現將撲克牌順序排成 1, 3, 2，即可闖關成功。
2. 引導學生拿出四張撲克牌 1, 2, 3, 4，練習撲克牌排序魔術，學生會發現將撲克牌順序排成 1, 3, 2, 4，即可闖關成功。

活動二：撲克牌排序魔術闖關：

1. 引導學生拿出五張撲克牌 1, 2, 3, 4, 5，練習撲克牌排序魔術，完成者要表演給老師看，以便掌握學生是否確實理解魔術玩法。
2. 引導學生拿出六張撲克牌 1, 2, 3, 4, 5, 6，練習撲克牌排序魔術，完成者要表演給老師看，以便掌握學生是否確實理解魔術玩法。

活動三：撲克牌排序魔術挑戰：

鼓勵學生繼續挑戰七張、八張、九張…等撲克牌排序魔術，將解題密碼記錄在學習單上，交由老師批閱（不需表演以節省時間）。

活動四：撲克牌排序魔術解題策略探討：

引導學生發表解題想法與做法，透過討論進行撲克牌排序魔術解題策略探討。

教學時間：兩節課，80 分鐘。

教具運用：四人一副撲克牌，一人拿取一個花色 13 張牌。

參考解答：

撲克牌張數	撲克牌排序之規律
3	1, 3, 2
4	1, 3, 2, 4
5	1, 5, 2, 4, 3
6	1, 4, 2, 6, 3, 5
7	1, 6, 2, 5, 3, 7, 4
8	1, 5, 2, 7, 3, 6, 4, 8
9	1, 9, 2, 6, 3, 8, 4, 7, 5
10	1, 6, 2, 10, 3, 7, 4, 9, 5, 8
11	1, 9, 2, 7, 3, 11, 4, 8, 5, 10, 6
12	1, 7, 2, 10, 3, 8, 4, 12, 5, 9, 6, 11
13	1, 12, 2, 8, 3, 11, 4, 9, 5, 13, 6, 10, 7

學習單

撲克牌排序魔術



撲克牌	解題密碼
1~3	
1~4	
1~5	
1~6	
1~7	
1~8	
1~9	
1~10	
1~11	
1~12	
1~13	
我的發現	
過關 認證	

單元主題：正方體展開圖

適用對象：五、六年級學生

教學目標：引導學生深度探索正方體展開圖的各種性質。

對應能力指標：

5-s-06 能運用「頂點」、「邊」與「面」等構成要素，辨認簡單立體形體。(例：正方體共有 8 個頂點、12 個邊、6 個面。)

教學流程：

活動一：用幾何智慧片拼排各種正方體展開圖，引導學生合力完成11種正方體展開圖，並將11種正方體展開圖進行分類。

活動二：引導學生探討一個正方體盒子，一邊剪一刀，至少要剪幾刀才能成為正方體展開圖。

活動三：引導學生觀察正方體展開圖中，哪兩個面在正方體中是相對的面，哪兩個面在正方體中是相鄰的面。

教學時間：二節課，80 分鐘。

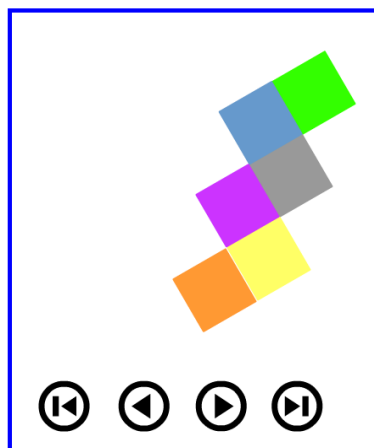
教具運用：幾何智慧片每人六片，三種顏色，每種顏色兩片。



數位媒材運用：

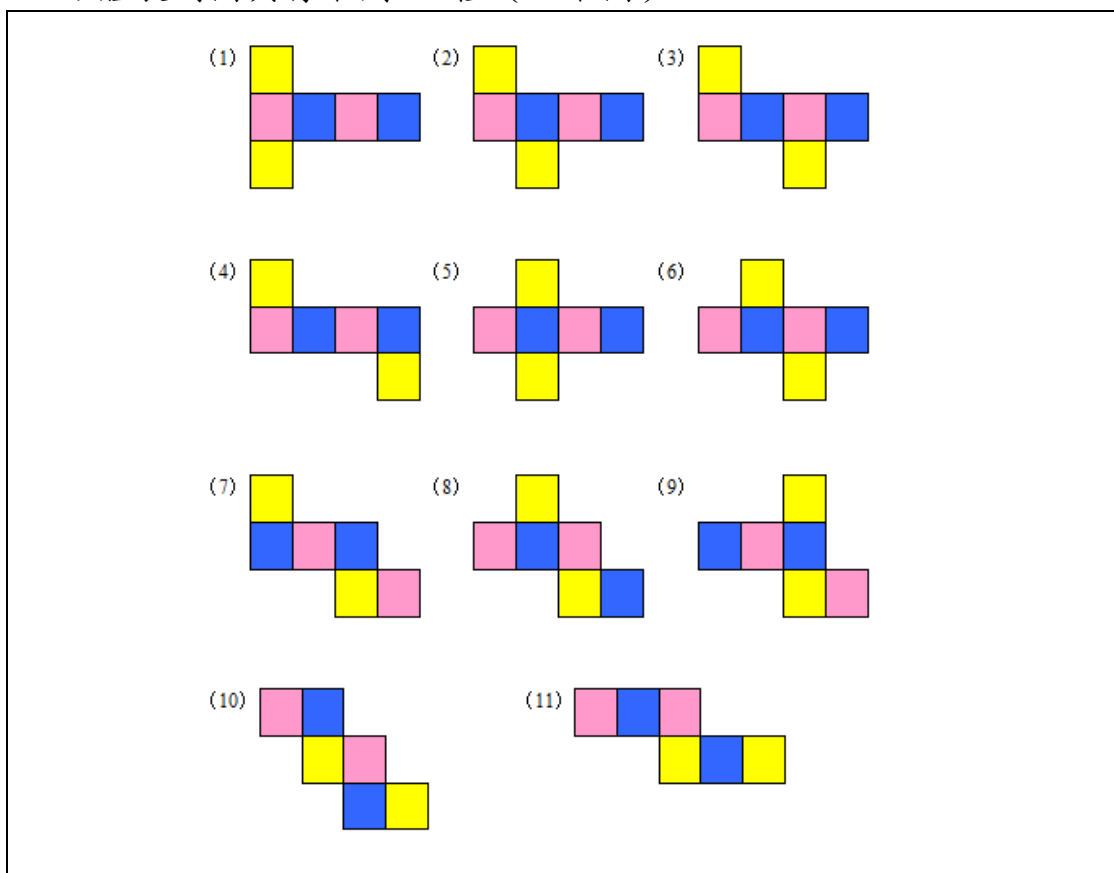
「正方體展開圖」媒材能協助教師引導學生觀察正方體展開圖中，哪兩個面在正方體中是相對的面，哪兩個面在正方體中是相鄰的面。

http://www.paps.kh.edu.tw.aspx/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=60



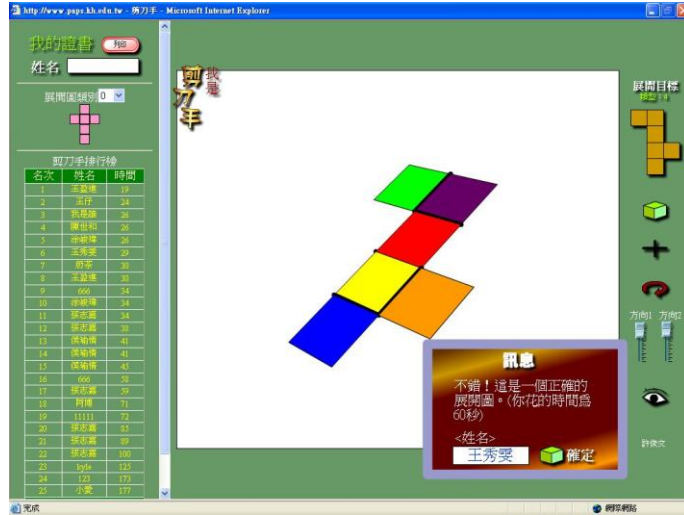
參考解答：

正方體展開圖共有下列 11 種（如下圖）。



學習單

數學小達人－正方體展開圖探討



- 請將正方體中相互平行的面，用相同的顏色塗在正方體展開圖上。
- 請將正方體剪成指定的展開圖，完成的請打勾。

(1)		(2)		(3)	
(4)		(5)		(6)	
(7)		(8)		(9)	
(10)		(11)			

過關
認證

單元主題：三角形探索

適用對象：五、六年級學生

教學目標：引導學生深度探索直角三角形的長邊拉長或縮短後，三角形的形狀有何變化。

對應能力指標：

6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。

C-T-01 能把情境中與問題相關的數、量、形析出。

C-S-02 能選擇使用合適的數學表徵。

C-S-03 能熟悉解題的各種歷程：觀察、臆測、檢驗、推演、驗證等。

教學流程：

活動一：探索幾何扣條可以拼出幾種直角三角形。

活動二：探索「等腰直角三角形」的長邊拉長或縮短之後（仍維持是長邊），三角形的形狀有何變化。

活動三：探索「一般直角三角形」的長邊拉長或縮短之後（仍維持是長邊），三角形的形狀有何變化。

教學時間：兩節課，80 分鐘。

教具運用：學生 5 人一組，每組 5 包幾何扣條，每包內容物為 6 種顏色扣條各 12 根，共 72 根。幾何扣條共有長短不同之六個尺寸，從短到長依序編上 1, 2, 3, 4, 5, 6 號。

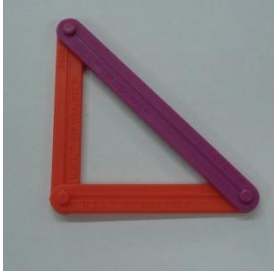

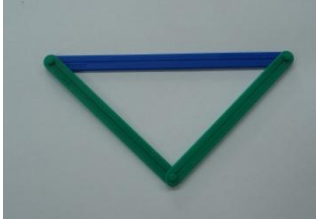
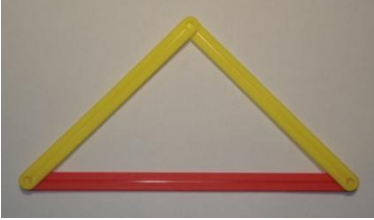

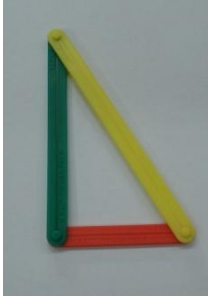
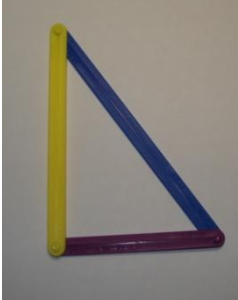



活動一：探索幾何扣條可以拼出幾種直角三角形。

◆學生可能的解答如下：

(1) 等腰直角三角形有 4 種，(①①②)、(②②④)、(③③⑤)、(④④⑥)。


(2) 一般直角三角形有 4 種，(①②③)、(①③④)、(②④⑤)、(②⑤⑥)。

(①①②)	(②②④)
	
(③③⑤)	(④④⑥)
	
(①②③)	(①③④)
	
(②④⑤)	(②⑤⑥)
	

活動二：探索「等腰直角三角形」的長邊拉長或縮短之後（仍維持是長邊），三角形的形狀有何變化。

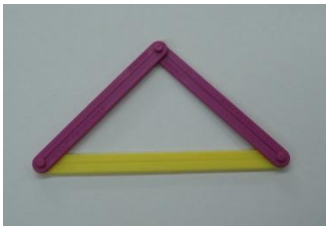
學 習 單

(①①②)類型的直角三角形



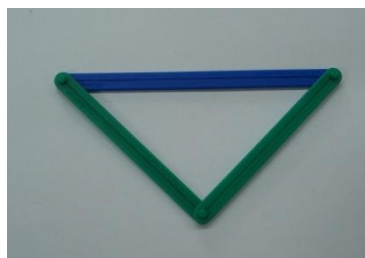
長邊變化情形	編號	三角形類型	備註
長邊縮短	①①①		
原來之三角形	①①②		
長邊拉長	①①③		
長邊拉長	①①④		
長邊拉長	①①⑤		
長邊拉長	①①⑥		

(②②④)類型的直角三角形



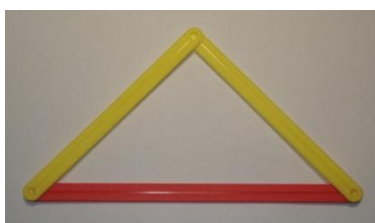
長邊變化情形	編號	三角形類型	備註
長邊縮短	②②①	x	(變成短邊)
長邊縮短	②②②		
長邊縮短	②②③		
原來之三角形	②②④		
長邊拉長	②②⑤		
長邊拉長	②②⑥		

(③③⑤)類型的直角三角形



長邊變化情形	編號	三角形類型	備註
長邊縮短	③③①	x	(變成短邊)
長邊縮短	③③②	x	(變成短邊)
長邊縮短	③③③		
長邊縮短	③③④		
原來之三角形	③③⑤		
長邊拉長	③③⑥		

(④④⑥)類型的直角三角形




長邊變化情形	編號	三角形類型	備註
長邊縮短	④④①	x	(變成短邊)
長邊縮短	④④②	x	(變成短邊)
長邊縮短	④④③	x	(變成短邊)
長邊縮短	④④④		
長邊縮短	④④⑤		
原來之三角形	④④⑥		

活動三：探索「一般直角三角形」的長邊拉長或縮短之後（仍維持是長邊），三角形的形狀有何變化。

學 習 單

(①②③) 類型的直角三角形



長邊變化情形	編號	三角形類型	備註
長邊縮短	①②①	×	(變成短邊)
長邊縮短	①②②		
原來之三角形	①②③		
長邊拉長	①②④		
長邊拉長	①②⑤		
長邊拉長	①②⑥		

(①③④) 類型的直角三角形



長邊變化情形	編號	三角形類型	備註
長邊縮短	①③①	×	(變成短邊)
長邊縮短	①③②	×	(變成短邊)
長邊縮短	①③③		
原來之三角形	①③④		
長邊拉長	①③⑤		
長邊拉長	①③⑥		

(② ④ ⑤) 類型的直角三角形



長邊變化情形	編號	三角形類型	備註
長邊縮短	② ④ ①	×	(變成短邊)
長邊縮短	② ④ ②	×	(變成短邊)
長邊縮短	② ④ ③	×	(變成短邊)
長邊縮短	② ④ ④		
原來之三角形	② ④ ⑤		
長邊拉長	② ④ ⑥		

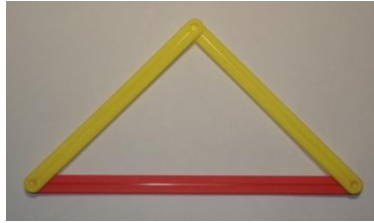
(② ⑤ ⑥) 類型的直角三角形



長邊變化情形	編號	三角形類型	備註
長邊縮短	② ⑤ ①	×	(變成短邊)
長邊縮短	② ⑤ ②	×	(變成短邊)
長邊縮短	② ⑤ ③	×	(變成短邊)
長邊縮短	② ⑤ ④	×	(變成短邊)
長邊縮短	② ⑤ ⑤		
原來之三角形	② ⑤ ⑥		

學習單

三角形探索



幾何扣條可以拼出幾種直角三角形？

直角三角形的長邊拉長或縮短之後（仍維持是長邊），三角形的形狀有何變化？

請寫下你的發現。

過關

認證

單元主題：橢圓

適用對象：五、六年級學生

教學目標：引導學生從觀察和實作中，認識橢圓、繪製橢圓。

對應能力指標：

C-R-01 能察覺生活中與數學相關的情境。

C-T-01 能把情境中與問題相關的數、量、形析出。

6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。

教學流程：

活動一：從不同角度觀察杯口及水面形狀的變化認識橢圓；從不同角度觀察圓形時鐘或圓盤，體驗從「圓」變到「橢圓」到「線段」，再變回「橢圓」、最後回到「圓」的變化。

活動二：透過切香蕉或切小黃瓜活動，切出橢圓。

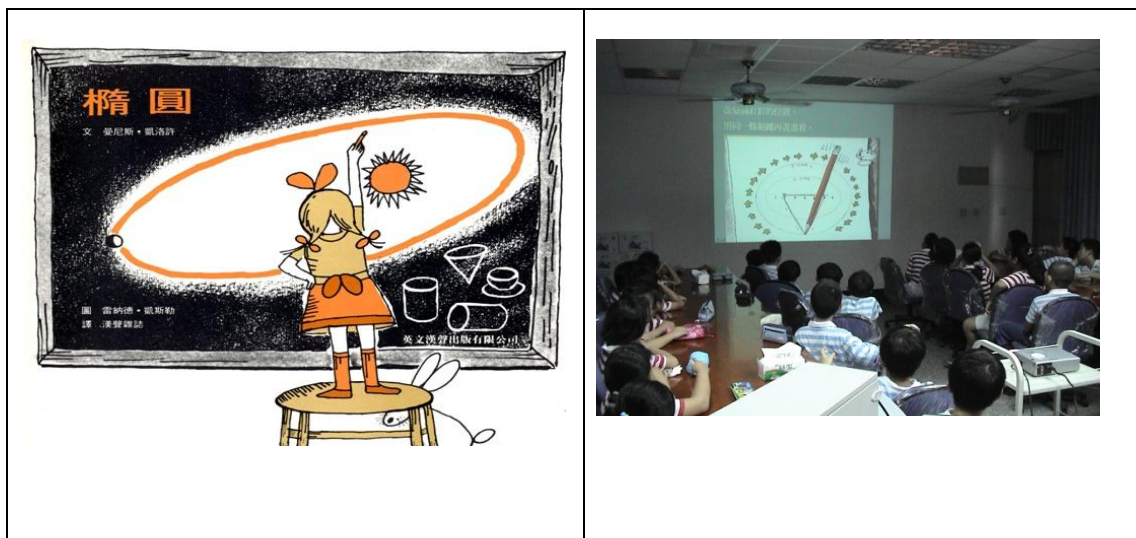
活動三：在長方形的格子中徒手畫橢圓。

活動四：運用固定兩個焦點的方式畫出標準的橢圓。

活動五：探討如何運用焦點位置的變化，畫出各式各樣的橢圓。

教學時間：兩節課，80 分鐘。

教具運用 1：運用「橢圓」繪本，進行繪本導讀及橢圓概念探索。



教具運用 2：運用生活中的實例，認識橢圓。

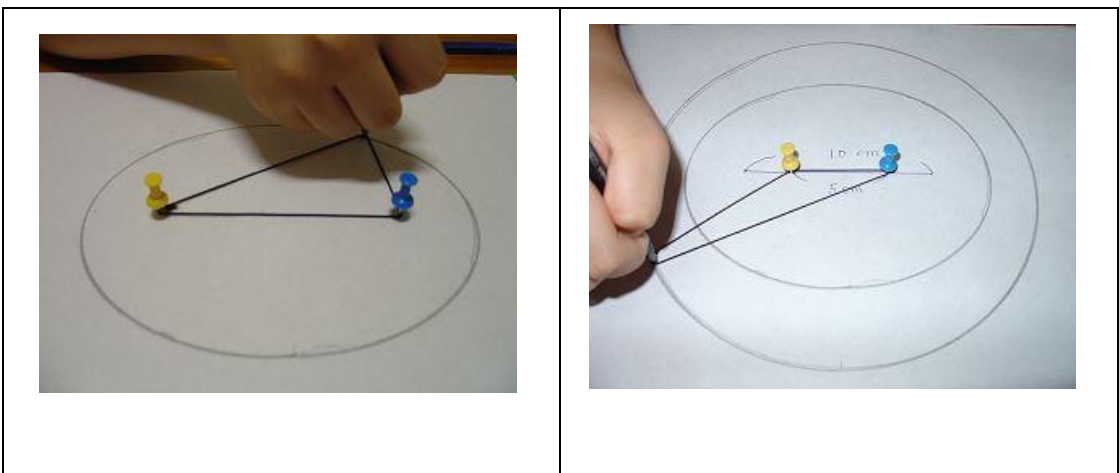


教具運用 3：在長方形的格子中徒手畫橢圓。



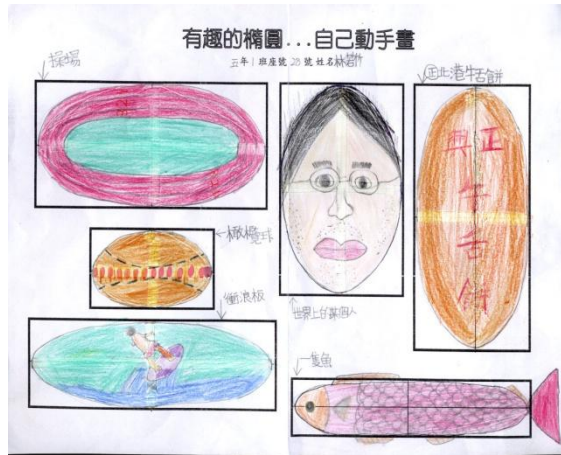
教具運用 4：運用固定兩個焦點的方式畫橢圓。

三人一組，每組兩根圖釘、一段棉線、一張軟墊板。

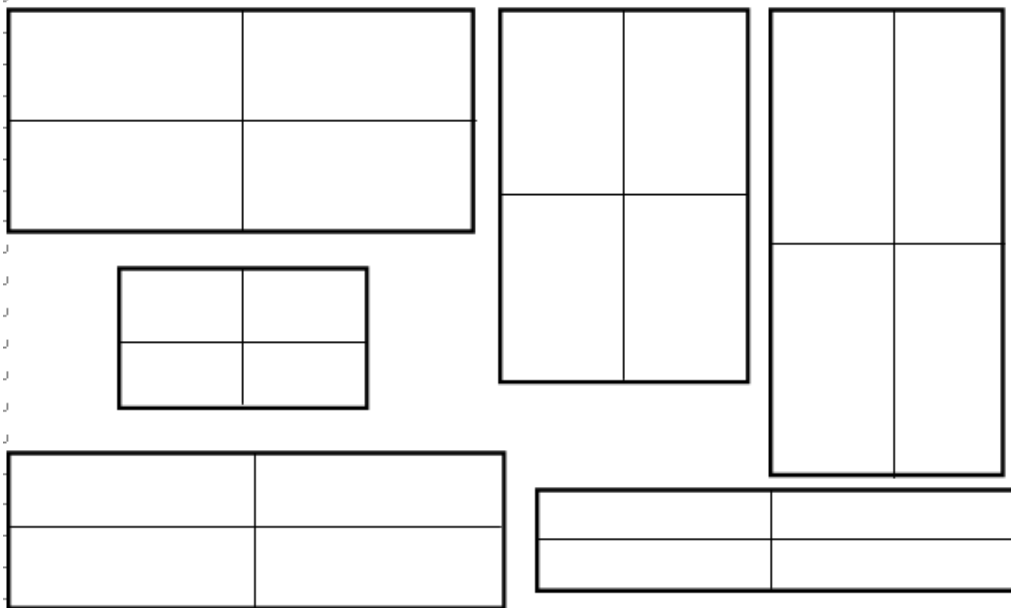


學習單

橢圓

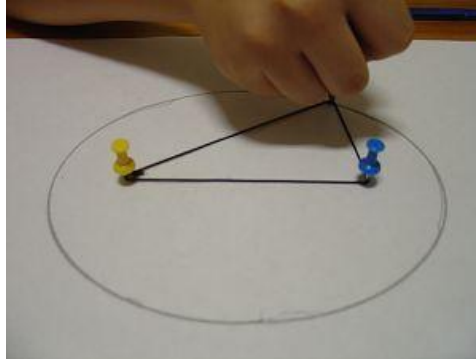


有趣的橢圓-動手自己畫



過關
認證

橢圓



(1)請運用兩根圖釘和一條棉線，畫出橢圓。

(2)請變化圖釘的位置，畫出各式各樣的橢圓。

過關
認證

單元主題：就是要平分

適用對象：五、六年級學生

教學目標：

1. 能以面積相等觀點，運用平分策略將一個正方形平分成 2 等份。
2. 能以等積異形和全等圖形觀點，將一個正方形平分成 2 個圖形。
3. 能以線對稱和點對稱觀點，繪製各式各樣全等圖形。
4. 能以線對稱和點對稱觀點，解決土地平分之難題。

對應能力指標：

6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。

C-T-01 能把情境中與問題相關的數、量、形析出。

C-S-02 能選擇使用合適的數學表徵。

C-S-03 能熟悉解題的各種歷程：觀察、臆測、檢驗、推演、驗證等。

教學流程：

活動一：以面積相等觀點，將一個正方形平分成 2 等份。

活動二：以等積異形觀點，將一個正方形平分成 2 個圖形。

活動三：以全等圖形觀點，將一個正方形平分成 2 個圖形。

活動四：以線對稱和點對稱觀點，繪製各式各樣全等圖形。

活動五：以線對稱和點對稱觀點，解決土地平分之難題。

教學時間： 四節課，120 分鐘。

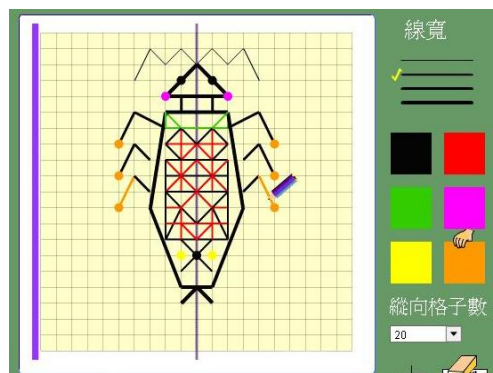
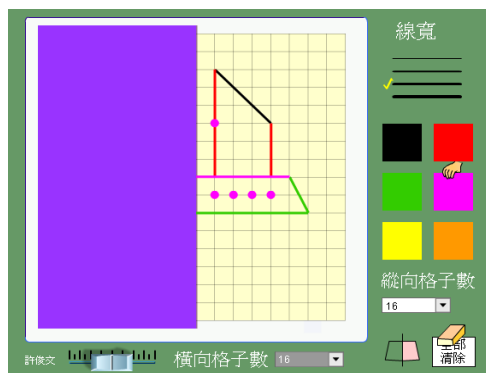
教具運用：

五人一組，每組各 20 張正方形色紙和格子紙。

數位媒材運用：

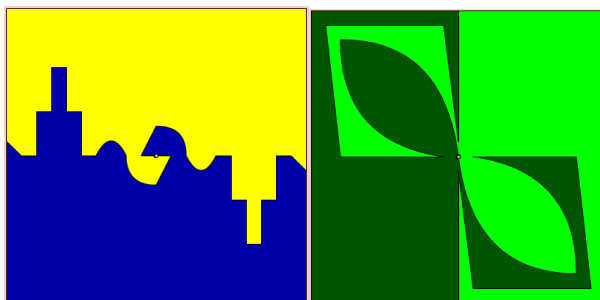
1. 線對稱

http://www.paps.kh.edu.tw/aspx/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=52



2. 全等圖形

http://www.paps.kh.edu.tw/aspx/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=53



活動一：以面積相等觀點，運用各種平分策略將一個正方形平分成 2 等份。分割圖形要符合以下條件：每個圖形分割情形要不相同，分割後圖形可以不相連，但是面積要相等。

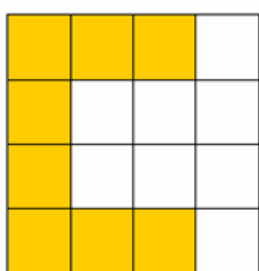
◆學生可能作法如下：

1	1	2	1	2	1	2	1	2
2			2	1	1	2	2	
第 1 種	第 2 種			第 3 種	第 4 種			

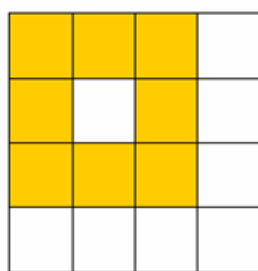
活動二：以等積異形觀點，運用各種平分策略將一個正方形平分成 2 個圖形。請將 8×8、10×10 和 12×12 三張方格紙平分成兩份，並分別塗上兩種不同的顏色。分割圖形要符合以下三個條件：

1. 兩個圖形，面積相等，形狀不一樣。
2. 分割後的圖形，必須是兩個完整的圖形，不能斷裂成三塊。
3. 切割後，方格必須是完整的，不能切割成方格以外的形狀。

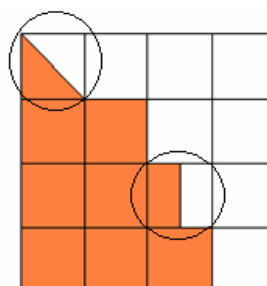
備註：圖一是正確的；圖二被分成三塊是錯誤的；圖三方格不完整，是錯誤的。



圖一 正確



圖二 錯誤



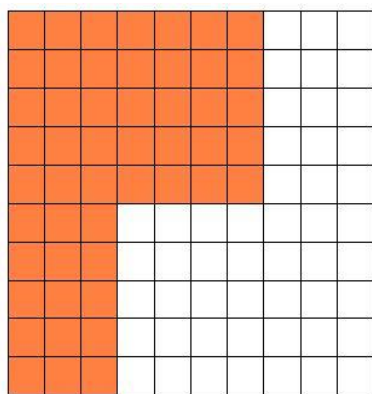
圖三 錯誤

任務三：以全等圖形觀點，運用各種平分策略將一個正方形平分成 2 個圖形。請將 8×8、10×10、12×12 的正方形方格紙平分成兩份，分別塗上兩種不同的顏色，並為你設計的圖形取一個適當的名稱，圖形越具創意，主題名稱與作品吻合度越高，分數越高。所分割的圖形要符合以下三個條件：

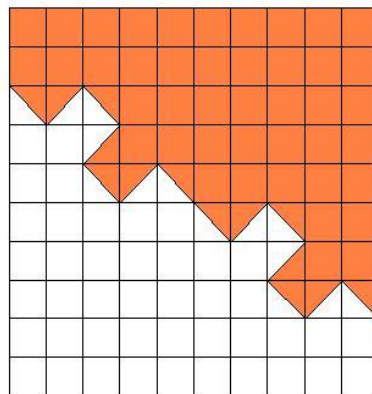
1. 兩個圖形，面積、形狀都要一樣。
2. 分割後的圖形，必須是兩個完整的圖形，不能斷裂成三塊。

切割後，方格必須是完整的，不能切割成方格以外的形狀。

(備註：圖一是正確的，但太單調；圖二較具創意，但方格不完整，是錯誤的)



圖一 正確



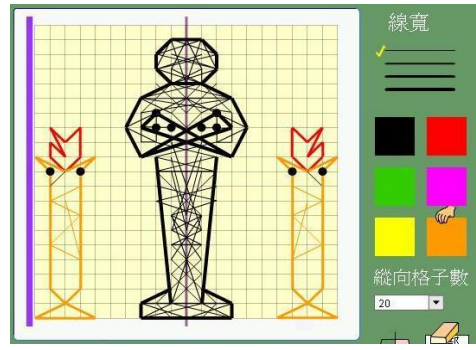
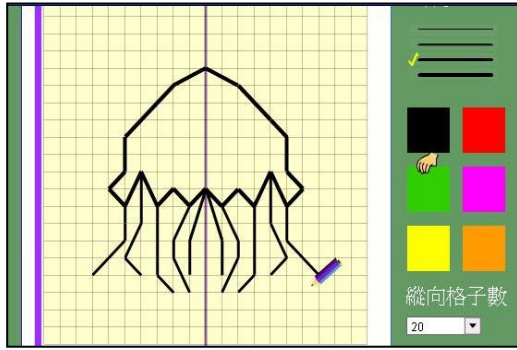
圖二 錯誤

活動四：以線對稱和點對稱觀點，繪製各式各樣全等圖形。

(1)請連結下列網址畫線對稱圖形，可以先將畫紙遮一半來畫圖，畫好後再將簾子打開，欣賞完整的對稱圖；也可以將簾子打開來畫圖，當你在畫紙的一半畫圖時，另一半畫紙則會同時出現對稱圖形。

http://www.paps.kh.edu.tw/asp/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=52

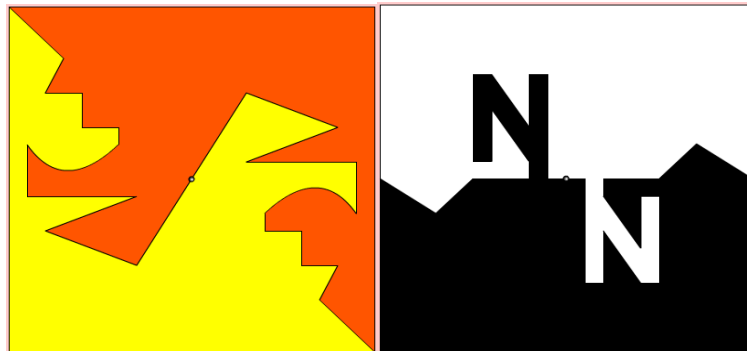
◆學生可能作品如下：



(2) 請連結下列網址畫全等圖形，繪圖過程中，可畫直線，也可畫曲線，完成後要在圖形的中心點釘上圖釘並塗色，再旋轉檢驗圖形是否全等。若是通過檢驗，則可以存檔留下記錄，若是圖形不全等，無法通過檢驗，則可以重新繪圖。

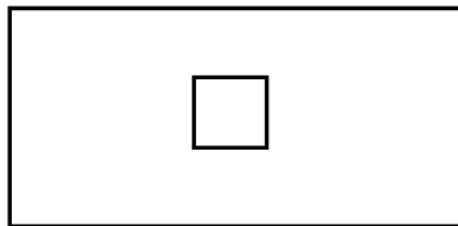
http://www.paps.kh.edu.tw/aspx/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=53

◆學生可能作品如下：



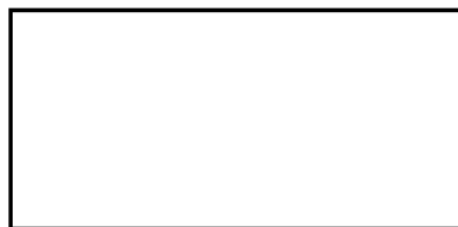
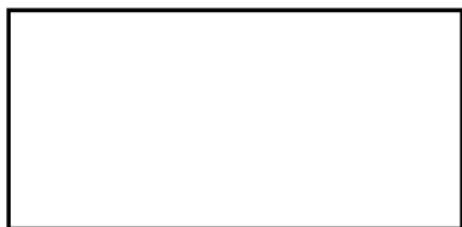
活動五：以線對稱和點對稱觀點，解決土地平分之難題。

問題 1：王先生有一塊長方形土地，他想要在長方形土地中挖一個正方形水池，並期望能夠找到一條直線將長方形土地和正方形水池平分，不知正方形要放在哪裡才能符合要求？



圖一

請在下列四個長方形土地中，各畫一個大小如圖一中的正方形，但是位置要不相同，並畫一條直線將長方形土地和正方形水池平分。

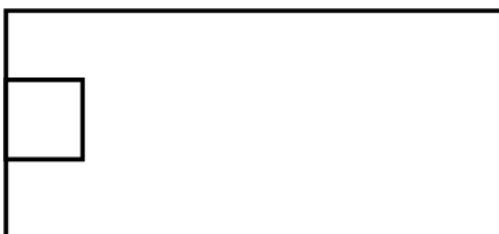


問題2：將正方形水池放在左上角，能否找到一條直線，將長方形土地和正方形水池平分？如果可以，請畫出來。



請打勾（可以，不可以）

問題3：正方形水池位置如下圖，能否找到一條直線，將長方形土地和正方形水池平分？ 如果可以，請畫出來。



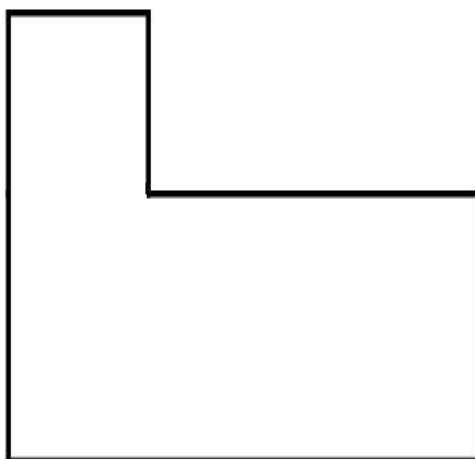
請打勾（可以，不可以）

問題 4：正方形水池位置如下圖，能否找到一條直線，將長方形土地和正方形水池平分？ 如果可以，請畫出來。



請打勾（可以，不可以）

問題 5：請用一條直線將下面圖形平分成兩份，並說明你們是怎麼分割的。



◆學生分組合作解題，然後透過發表、質疑、辯證等歷程，解決土地平分之難題。

單元主題：1 立方公尺有多大

適用對象：五、六年級學生

教學目標：

1. 引導學生建立1立方公尺的量感。
2. 引導學生理解1立方公尺=1000000立方公分。

對應能力指標：

5-n-19能認識體積單位「立方公尺」、「立方公分」及「立方公尺」間的關係，並做相關計算。

教學流程：

活動一：用 1000 立方公分盒，實際拼排 1 立方公尺的骨架。

引導學生用 1000 立方公分盒，實際拼排 1 立方公尺的骨架。



活動二：1 立方公尺=1000000 立方公分之單位換算。

1. 以數數方式，數出 1000000 立方公分。

教師：現在我們以 1000 立方公分為單位，一起數數看，1 立方公尺等於多少立方公分？

學生：1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000。

一排是 10000 立方公分。

10000, 20000, 30000, 40000, 50000, 60000, 70000, 80000, 90000,

100000。一層是 100000 立方公分。

10 萬, 20 萬, 30 萬, 40 萬, 50 萬, 60 萬, 70 萬, 80 萬, 90 萬, 100 萬。

一共是 100 萬立方公分。

2. 用算式記錄自己眼前所見的圖像。

教師：拼排 1 立方公尺，要用幾個 1000 立方公分盒？

學生： $10 \times 10 \times 10 = 1000$ ，要用 1000 個。

教師：1 立方公尺等於多少立方公分？

學生： $1000 \times 1000 = 1000000$ ，是 1000000 立方公分。

教師： $1000 \times 1000 = 1000000$ ，算式中的兩個 1000 分別代表什麼意思？

學生：第一個 1000 代表 1 個 1000 立方公分盒，第二個 1000 代表有 1000 個盒子。

活動三：釐清「邊長 \times 邊長 \times 邊長=體積」公式的意涵。

1. 透過問話釐清「邊長 \times 邊長 \times 邊長=體積」公式的意涵。

教師：1 立方公尺的正方體，邊長是多少公分？

學生：是 100 公分。

教師：1 立方公尺等於多少立方公分？

學生： $100 \times 100 \times 100 = 1000000$ ，是 1000000 立方公分。

教師： $100 \times 100 \times 100 = 1000000$ ，算式中的三個 100 分別代表什麼意思？

學生：第一個 100 代表一排有 100 個 1 立方公分，

第二個 100 代表有 100 排。

$100 \times 100 = 10000$ 代表一層共有 10000 個 1 立方公分，

第三個 100 代表有 100 層。

2. 分析比較兩種算法的異同。

教師：請分析比較上述兩個算法有何相同和不同之處。

學生：答案相同，算式不同。

一個是 $1000 \times 1000 = 1000000$ ，

一個是 $100 \times 100 \times 100 = 1000000$ 。

學生：答案相同，觀看 1 立方公尺的角度不同。

A 算法： $1000 \times 1000 = 1000000$

代表一個盒子 1000 立方公分，有 1000 個盒子。

B 算法： $100 \times 100 \times 100 = 1000000$

代表一排是 100 立方公分，100 排合起來是一層，有 100 層。

活動四：1 立方公尺的各種面貌。

引導學生將體積、容積和重量做連結，也與水費做連結。

1. 體積與容積：1 立方公尺的水是 1 公秉，也就是 1000 公升。
2. 體積和重量：1 立方公尺的水，重量是 1 公噸，也就是 1000 公斤。
3. 觀察水費單，水費計算，1 立方公尺的水是 1 度。

教學時間：兩節課，80 分鐘。

教具運用：1 立方公尺的布、1000 立方公分的盒子、水費單。



1 立方公尺量感與體積單位換算 姓名：

座號：

(一) 1 立方公尺=()立方公分

請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

(二) 請根據家裡的水費單，說明家裡的用水量是多少。

單元主題：黃金比例之美

適用對象：六年級學生

教學目標：

1. 了解「頭：身高=1:N」稱為N頭身，進而從實測活動中，探索自己身材比例是幾頭身。
2. 了解「肚臍到腳底：身高=0.618」稱為黃金比例，進而從實測活動中，探索自己身材比值是否接近0.618。
3. 探索人體黃金比例之美及美的意義。

對應能力指標：

6-n-7 能認識比和比值，並解決生活中的問題。

C-T-01 能把情境中與問題相關的數、量、形析出。

C-S-02 能選擇使用合適的數學表徵。

C-R-01 能察覺生活中與數學相關的情境。

教學流程：

活動一：以高雄市美術館雕塑品「人體美學」之探索引起學生學習動機，教師可以帶學生到高雄市美術館實測和解題，也可以運用本活動設計所給予的數據進行解題。

活動二：引導學生從實測活動中，了解自己和團員之身材比例是幾頭身。

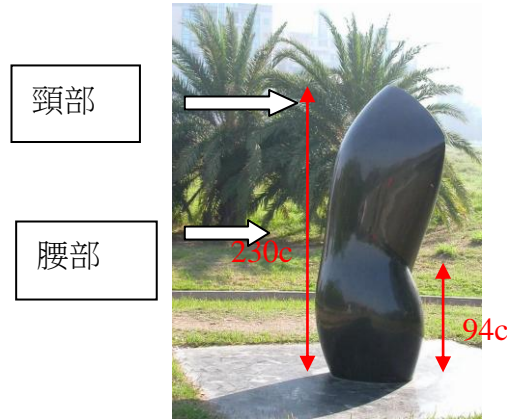
活動三：引導學生從實測活動中，了解自己身材比值是否接近0.618。

活動四：統計全班同學身材比例，尋找最符合黃金比例的帥哥美女，進而探討美的意義。

教學時間：兩節課，80分鐘。

教具運用 1：六人一組，一組三條150公分長的布尺。

活動一：以高雄市美術館雕塑品「人體美學」之探索引起學生學習動機，教師可以帶學生到高雄市美術館實測和解題，也可以運用本活動設計所給予的數據進行解題。



學生解題策略舉例：

雕塑品的頸部到腰部距離為 136 公分

老師的身高：170 公分，頸部到腰部距離：52 公分

$$170 \div 52 = 3.3$$

$$136 \times 3.3 = 449 \quad A : 449\text{cm}$$

活動二：引導學生從實測活動中，了解自己和團員身材比例是幾頭身。

「頭：身高=1:N」稱為 N 頭身，請先量出團隊成員的頭部和身高各是多少公分，相除後取到整數位，記錄如下：

姓名	頭部	身高	比例	幾頭身
A	21	171	1:8	八頭身

請完成下表：

姓名	頭部	身高	比例	幾頭身

活動三：引導學生從實測活動中，了解自己身材比值是否接近0.618。

「肚臍到腳底：身高=0.618」稱為黃金比例，請先量出團隊成員肚臍到腳底長度與身高各是多少公分，然後算出比例，記錄如下：

姓名	肚臍到腳底長度	身高	比例
A	90cm	152cm	0.59

請完成下表：

姓名	肚臍到腳底長度	身高	比例

活動四：統計全班同學身材比例，尋找最符合黃金比例的帥哥美女，進而探討美的意義。

1. 請將最接近黃金比例 0.618 的前十名同學列出來。

排行	姓名	肚臍到腳底長度	身高	比例
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

2. 探討美的意義。

單元主題：摩天輪探索

適用對象：五、六年級學生

教學目標：

1. 藉由生活數學引入，引導學生透過嘗試錯誤，發現規律解決問題。
2. 透過解題觀摩、討論、修正錯誤等歷程，來深化學生的數學學習。

對應的能力指標：

N-3-18 能由生活中常用的數量關係，運用於理解問題並解決問題。

C-R-01 能察覺生活中與數學相關的情境。(察覺)

C-T-03 能把情境中與數學相關的資料資訊化。(轉化)

C-C-06 能用一般語言及數學語言說明解題的過程。(溝通)

教學流程：

【情境】摩天輪有12個車廂，每個車廂最少搭乘1人，最多搭乘4人，摩天輪轉一圈叫做「一輪」，當你來到摩天輪入口排隊時，摩天輪剛好轉到第一號車廂。

活動一：當你來到摩天輪入口排隊時，剛好排在第19個位置。

1. 你最快可以搭上「第幾號」車廂？
2. 最慢會搭上「第幾輪第幾號」車廂？
3. 你能不能搭到「第9號」車廂，請說明你的想法與作法。

活動二：

1. 當你來到摩天輪入口排隊時，剛好排在第12個位置。
請問你可以搭到哪些車廂，「哪幾號」車廂，你一定搭不到？
請說明你的想法與作法。
2. 當你來到摩天輪入口排隊時，剛好排在第13個位置。
請問你可以搭到哪些車廂，「哪幾號」車廂，你一定搭不到？
請說明你的想法與作法。

活動三：請列表探索，當你來到摩天輪入口排隊時，如果你排隊的位置是排在第1個、第2個、…、第15個或第16個時，你可以搭到「哪幾號」車廂？

教學時間：兩節課，80分鐘。

摩天輪探索

座號： 姓名：

【情境】摩天輪有 12 個車廂，每個車廂最少搭乘 1 人，最多搭乘 4 人，摩天輪轉一圈叫做「一輪」，當你來到摩天輪入口排隊時，摩天輪剛好轉到第一號車廂。

【活動一】你來到摩天輪入口排隊時，剛好排在第 19 個位置。

1. 你最快可以搭上「第幾號」車廂？
2. 最慢會搭上「第幾輪第幾號」車廂？
3. 你能不能搭到「第9號」車廂，請說明你的想法與作法。

【活動二】

1. 當你來到摩天輪入口排隊時，剛好排在第 12 個位置。
請問你可以搭到哪些車廂，「哪幾號」車廂，你一定搭不到？
請說明你的想法與作法。

2. 當你來到摩天輪入口排隊時，剛好排在第 13 個位置。
請問你可以搭到哪些車廂，「哪幾號」車廂，你一定搭不到？
請說明你的想法與作法。

【活動三】請列表探索，當你來到摩天輪入口排隊時，如果你排隊的位置是排在第 1 個、第 2 個、…、第 15 個或第 16 個時，你可以搭到「哪幾號」車廂？

排隊位置	可搭乘車廂編號
第 1 個位置	
第 2 個位置	
第 3 個位置	
第 4 個位置	
第 5 個位置	
第 6 個位置	
第 7 個位置	
第 8 個位置	
第 9 個位置	
第 10 個位置	
第 11 個位置	
第 12 個位置	
第 13 個位置	
第 14 個位置	
第 15 個位置	
第 16 個位置	

經由上述的探索，請說說你的發現和心得。

單元主題：雙頭怪數

適用對象：五、六年級學生

教學目標：引導學生深度探索雙頭怪所蘊含的數學規律。

對應能力指標：

N-3-18 能由生活中常用的數量關係，運用於理解問題並解決問題。

C-C-06 能用一般語言及數學語言說明解題的過程。

C-S-03 能熟悉解題的各種歷程：觀察、臆測、檢驗、推演、驗證等。

教學流程：

活動一：了解雙頭怪數的定義。

雙頭怪數的定義：以 23532 為例，從左邊念起是 2, 3, 5, 3, 2，從右邊念起也是 2, 3, 5, 3, 2，我們就叫 23532 為雙頭怪數。

1. 請舉出3位數、5位數、7位數、9位數的雙頭怪數。
它們有什麼特色。
2. 請舉出4位數、6位數、8位數、10位數的雙頭怪數。
它們有什麼特色。

活動二：透過運算製造雙頭怪數。

透過運算製造雙頭怪數的規則是將本數加上倒轉數。

【以 12 為例】12 不是雙頭怪數，但是可以將 12 加上倒轉數 21 後，和為 33，就會變成雙頭怪數。因為只有運算一次，因此 12 稱為一階雙頭怪數。

【以 46 為例】46 不是雙頭怪數，但是可以將 46 加上倒轉數 64 後，和為 110，再加上倒轉數 011 後，和為 121，就會變成雙頭怪數。因為運算二次，因此 46 稱為二階雙頭怪數。

1. 請將 57 製造成雙頭怪數，並說出 57 是幾階雙頭怪數。
2. 請將 96 製造成雙頭怪數，並說出 96 是幾階雙頭怪數。
3. 請將 79 製造成雙頭怪數，並說出 79 是幾階雙頭怪數。

活動三：探討11、12、13…100各數中，哪些數是一階雙頭怪數。

這些數有什麼特色？

學生：塗上黃色的都是一階雙頭怪數。

特色是兩個數字和 < 9 、兩個數字和 $=9$ 或兩個數字和 $=11$ 。

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

活動四：探討11、12、13…100各數中，哪些數是二階雙頭怪數。

這些數有什麼特色？

學生：塗上綠色的都是二階雙頭怪數。

特色是兩個數字和 $=10$ 、兩個數字和 $=12$ 或兩個數字和 $=13$ 。

活動五：探討11、12、13…100各數中，哪些數是三、四、五…階雙頭怪數。這些數有什麼特色？

學生：塗上藍色的都是三階雙頭怪數。特色是兩個數字和 $=14$ 。

塗上紫色的都是四階雙頭怪數。特色是兩個數字和 $=15$ 。

塗上桃紅色的都是六階雙頭怪數。特色是兩個數字和 $=16$ 。

塗上紅色的都是二十四階雙頭怪數。特色是兩個數字和 $=17$ 。

教學時間： 兩節課，80分鐘。

學習單

雙頭怪數

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

探討11、12、13...100各數，各是幾階雙頭怪數。寫出你的發現。

單元主題：月曆透視鏡

適用對象：五、六年級學生

教學目標：

1. 透過月曆透視鏡探索活動，體驗未知數符號的運用。
2. 透過代數撲克牌競賽活動，熟練代數式的運算。

對應能力指標：

5-a-04 能將整數單步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並能解釋算式、求解及驗算。

6-a-02 能使用未知數符號，將具體情境中的問題列成兩步驟的算式題，並嘗試解題及驗算其解。

6-a-03 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解的合理性。(同 6-n-10)

教學流程：

活動一：探討如何快速計算「1號和2號月曆透視鏡」遮住的數字和。

活動二：探討如何快速計算「3號和4號月曆透視鏡」遮住的數字和。

活動三：自行設計月曆透視鏡並計算月曆透視鏡所遮住的數字和。

活動四：透過代數撲克牌競賽活動，熟練代數式的運算。

教學時間：三節課，120 分鐘。

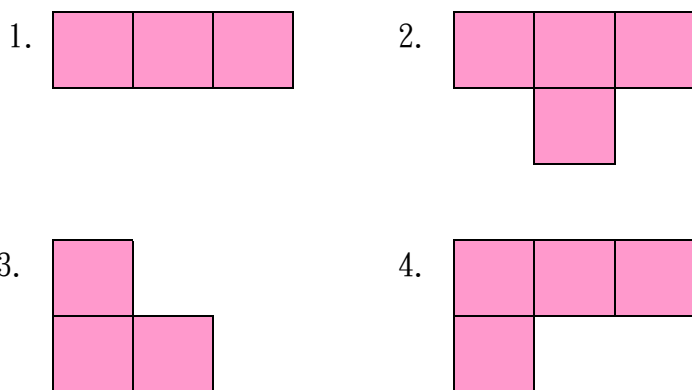
教具運用：

1. 月曆(教師可自由更改日期排序)

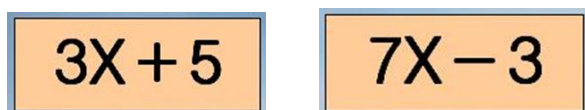
日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

日	一	二	三	四	五	六
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

2. 月曆透視鏡(編號 1, 2, 3, 4, 如下圖)。



3. 代數撲克牌：教師可運用名片紙製作代數撲克牌，學生四人一組，每人發 6 張如下所示之代數撲克牌。

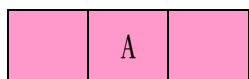


活動一：

1. 教師拿出 1 號月曆透視鏡，放在月曆上，請學生算出月曆透視鏡所遮住的 3 個數的數字和。如下圖：

日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

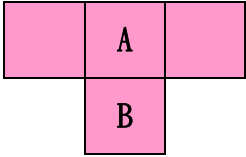
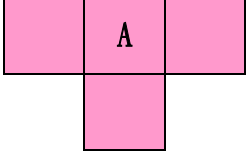
2. 學生發表計算 3 個數數字和的速算法。和為中間數的 3 倍，若中間數為 A，則和為 3A。



3. 教師拿出 2 號月曆透視鏡，放在月曆上，請學生算出月曆透視鏡所遮住的 4 個數的數字和。如下圖：

日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

4. 學生發表計算 4 個數數字和的速算法。

(1) 和為 $3A + B$	(2) 和為 $4A + 7$
	

5. 旋轉二號透視鏡，並找出四個數數字和的速算法。

($4A + 1$, $4A - 1$, $4A - 7$)

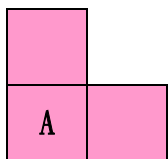
日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

活動二：

1. 教師拿出 3 號月曆透視鏡，放在月曆上，請學生算出月曆透視鏡所遮住的 3 個數的數字和。如下圖：

日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

2. 學生發表計算 3 個數數字和的速算法為 $3A-6$ 。



3. 旋轉 3 號透視鏡，並找出 3 個數數字和的速算法。

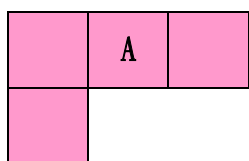
$$(3A+8, 3A-8, 3A+6)$$

日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

4. 教師拿出 4 號月曆透視鏡，放在月曆上，請學生算出月曆透視鏡所遮住的 4 個數的數字和。如下圖：

日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

5. 學生發表計算 4 個數數字和的速算法為 $4A + 6$



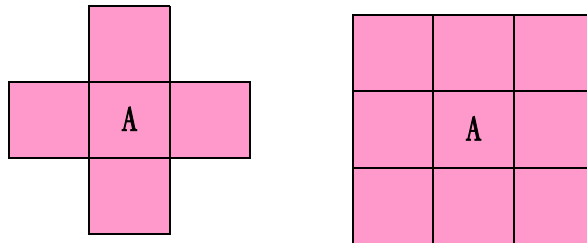
6. 旋轉 4 號透視鏡，並找出四個數數字和的速算法。
($4A + 8$ 、 $4A - 8$ 、 $4A - 6$)

日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

活動三：自行設計月曆透視鏡並計算月曆透視鏡所遮住的數字和。

日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

學生可能設計如下之月曆透視鏡，所遮住的數字和為 $5A$ 或 $9A$ 。



活動四：透過代數撲克牌競賽活動，熟練代數式的運算。

遊戲規則：學生四人一組，領取 24 張如下所示之代數撲克牌，每人發 6 張代數撲克牌。



遊戲開始，每人先出一張牌，面朝下，放在桌上，由莊家擲骰子，然後根據骰子點數，算出代數式的數值，數值大的人是贏家，可贏回其他三個組員的撲克牌，也就是贏得三張撲克牌。

四人中，若是有兩位贏家數值相同，則各分得兩張撲克牌；若是有三位贏家，則各分得一張撲克牌，再猜拳決定誰能贏得另一張撲克牌；依此方式，玩六次，最後統計贏得的撲克牌張數，張數多的人是贏家。玩完一輪後，可以洗牌繼續玩；玩完三輪後，可以到老師那兒換取另外 24 張代數撲克牌，繼續 PK。

單元主題：複合形體探索

適用對象：五、六年級學生

教學目標：引導學生深度探索複合形體所蘊含的數形關係。

對應能力指標：

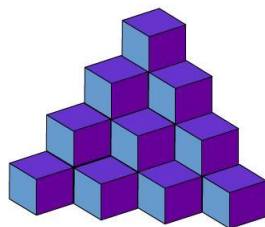
C-T-01 能把情境中與問題相關的數、量、形析出。

C-S-02 能選擇使用合適的數學表徵。

C-S-03 能熟悉解題的各種歷程：觀察、臆測、檢驗、推演、驗證等。

教學流程：

活動一：引導學生運用USL立體積木堆疊如下之四層的複合形體。



活動二：引導學生先猜測要堆疊第五層需要幾個USL立體積木，再實際堆疊驗證其猜測。

活動三：引導學生探討要堆疊第六層、第七層、第八層，各需要幾個USL立體積木，並探討其規律。

活動四：藉由計算如上之四層的複合形體USL立體積木總數，進而引導學生排出五層的複合形體，並探討如何計算第一層到第五層USL立體積木總數。

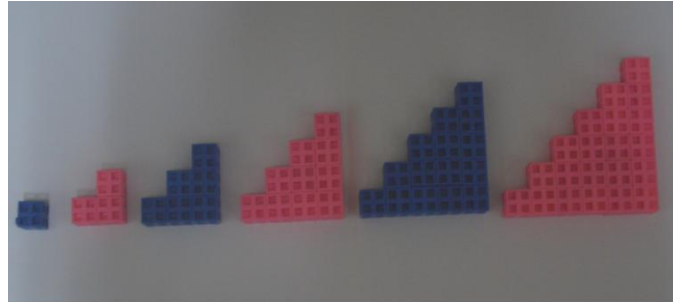
活動四：引導學生探討如何計算第一層到第六層USL立體積木總數，並延伸到7層和8層USL立體積木總數之計算。

大挑戰：以亂數方式依序呈現不同靜態和動態的複合形體，讓學生判斷複合形體某一層積木的分布情形。

教學時間： 兩節課，80 分鐘。

教具運用：

兩人一組，每組 USL 立體積木 100 個，兩種顏色，每種顏色 50 個。



數位媒材運用：

本活動所使用的三種數位素材，介紹如下：

(一) 四堆積木：為四個可以水平切割與垂直切割的複合形體。

http://www.paps.kh.edu.tw/asp/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=144

(二) 數積木初階挑戰：以亂數方式依序呈現不同的複合形體（靜態的），讓學生判斷複合形體某一層積木的分布情形。

第1個圖(#21) 錯誤 0

請在下面4x4格子中選出左邊橘色該層的積木分布情形

點算：0個立方體

姓名 aa
代號 qq

許俊文

http://www.paps.kh.edu.tw/asp/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=148

(三) 數積木進階挑戰：以亂數方式依序呈現不同的複合形體（動態的），讓學生判斷複合形體某一層積木的分布情形。

數積木

第2個圖(#22) 錯誤 0

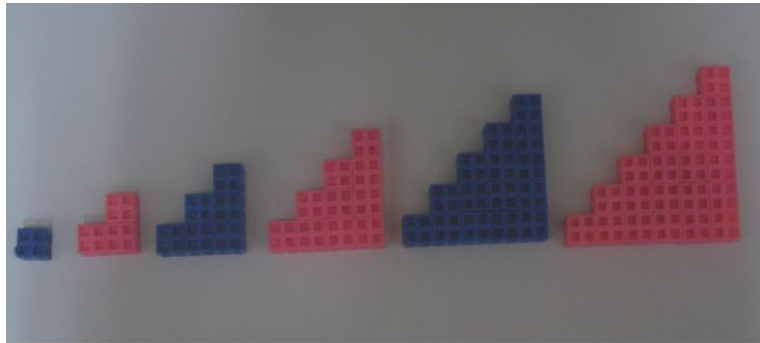
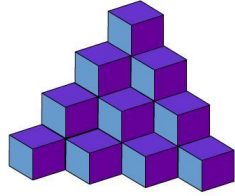
請在下面4x4格子中選出左邊紅色該層的積木分布情形

點算：12個立方體

http://www.paps.kh.edu.tw/asp/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=145

學 習 單

數學小達人－複合形體探討

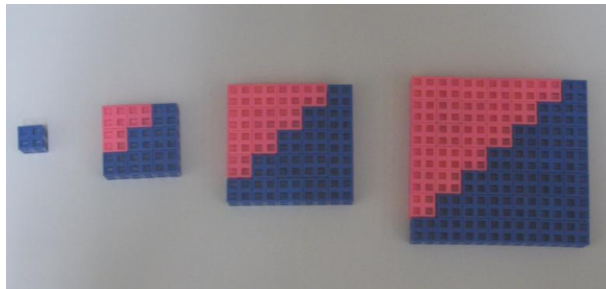
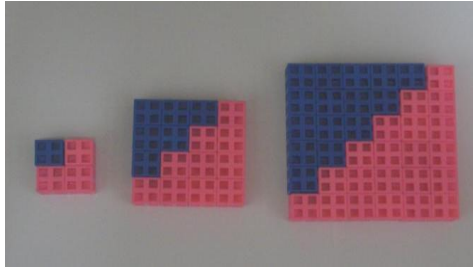
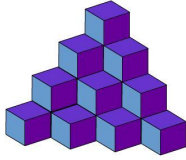


如上圖之排列規律，堆疊第五、六、七、八層，各需要幾個 USL 立體積木？

層數	個數	發現 1	發現 2
第 1 層	1	1	1
第 2 層	3	3 比 1 多 2	1+2
第 3 層	6	6 比 3 多 3	1+2+3
第 4 層	10	10 比 6 多 4	1+2+3+4
第 5 層			
第 6 層			
第 7 層			
第 8 層			
過關 認證			

學 習 單

數學小達人—複合形體探討



如上圖之排列規律，堆疊 1-5、1-6、1-7、1-8 層，各需要幾個 USL 立體積木？

層數	個數	發現 1	發現 2	發現 3
1 層	1	1	1	1×1
1~2 層	4	1+3	1×2+2×1	2×2
1~3 層	10	1+3+6	1×3+2×2+3×1	1×1+3×3
1~4 層	20	1+3+6+10	1×4+2×3+3×2+4×1	2×2+4×4
1~5 層				
1~6 層				
1~7 層				
1~8 層				
過關 認證				

單元主題：撲克牌猜數字魔術

適用對象：五、六年級學生

教學目標：引導學生探索撲克牌猜數字魔術所蘊含的數學規律，並嘗試找出解開魔術的秘笈。

對應能力指標：

C-S-02 能選擇使用合適的數學表徵。

C-S-03 能熟悉解題的各種歷程：觀察、臆測、檢驗、推演、驗證等。

教學流程：

活動一：撲克牌猜數字魔術體驗：引導學生依照下列說明嘗試練習撲克牌猜數字魔術。

1. 一副撲克牌取出鬼牌，算清楚牌數是否為 52 張。
2. 將整副牌花色向下握於手中，自上往下翻出 20 張，花色向上；此時請不著痕跡地牢記第十張之花色及數字；然後將此 20 張牌翻轉花色朝下暫置一旁。
3. 另由手中所剩之 32 張牌中隨意取 3 張排成一列，花色向上。（所選之 3 張牌數字和最好是大大於 10，而且越大越好，較為有趣）
4. 將手中之 29 張牌依次遞補至上述 3 張牌面上，使各牌面數字與遞補牌數之和各為 13，如下圖例所示：

5	7	K
遞補至和為 13 (遞補 8 張牌)	遞補至和為 13 (遞補 6 張牌)	遞補至和為 13 (遞補 0 張牌)

5. 將遞補後手中所剩之牌花色朝下，疊於原先擱置一旁 20 張牌上。
6. 加總 3 張牌面上之數字和（如圖例， $5+7+13=25$ ）；將第 5 項裡的牌，由上而下依序翻出花色面；第【牌面上數字和】張牌，如圖例為第 25 張牌，即是先前您辛苦牢記之第 10 張牌！

活動二：揭開撲克牌猜數字魔術秘笈：為什麼要記住第十張牌的花色和數字？學生可能的想法與做法如下：

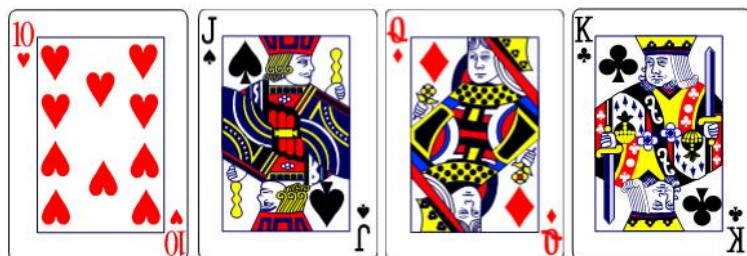
步驟	說明
$52-20=32$	52 張牌，扣掉翻出的 20 張，手上剩 32 張牌。
$32-3=29$	32 張牌，隨意取出 3 張，手上剩 29 張牌。
$29-14=15$	29 張牌，扣掉遞補的 14 張，手上剩 15 張牌。
$15+20=35$	15 張牌，加上桌上的 20 張，手上共 35 張牌。
$35-25=10$	35 張牌，數到第 25 張(此張為答案牌)，手上剩 10 張牌。
為什麼答案牌是當初所記住的第十張牌？	
$20-10=10$	活動之初，曾將花色向上翻開 20 張牌，然後花色朝下暫置一旁。當初那 20 張牌，扣掉手上剩的 10 張牌，就表示魔術師要猜的第 25 張牌，恰好就是活動之初，將花色向上翻開 20 張牌時的第 10 張牌。

教學時間： 兩節課，80 分鐘。

教具運用： 兩人一副撲克牌，一人當魔術師，一人當觀眾。

學習單

撲克牌猜數字魔術



第一次
魔術表演
成功

第二次
魔術表演
成功

撲克牌
猜數字
魔術秘笈

過關
認證

單元主題：冰淇淋甜筒

適用對象：五、六年級學生

教學目標：

引導學生透過觀察和實作，探討測量冰淇淋甜筒體積的方法。

對應能力指標：

C-R-01 能察覺生活中與數學相關的情境。

C-T-01 能把情境中與問題相關的數、量、形析出。

5-s-06 能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。

6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。

教學流程：

活動一：透過實驗找出計算圓錐體積的方法。

活動二：製作冰淇淋圓錐形餅皮，所能盛裝的體積最大的是贏家。

活動三：製作冰淇淋模型，並寫出你製作半球體的方法。

教學時間：兩節課，80 分鐘。

教具運用：西卡紙、剪刀、尺、膠水、圓柱、圓錐、臉盆。



活動內容：

【問題情境】炎炎夏日，吃一支冰涼可口的冰淇淋，真是人生一大享受呀！有一家很特別的冰淇淋店，推出一項製作「盛裝冰淇淋的圓錐形餅皮」的競賽活動，圓錐形餅皮所能盛裝的體積最大的是贏家。這一家冰淇淋造型為「圓錐形加上半個球體」，如下圖。但是競賽活動中，體積只計算圓錐部分，不計算圓錐上面的半球。



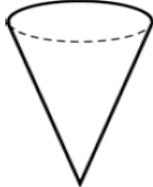
活動一：

請運用圓柱與圓錐（如下圖）裝水實驗，找出計算圓錐體積的方法。

我的發現：	圓柱	圓錐
		

活動二：製作冰淇淋圓錐形餅皮。

請用老師提供的西卡紙一張，製作一個可盛裝冰淇淋的圓錐形餅皮（如下圖），圓錐形餅皮所能盛裝的體積最大的是贏家。體積只計算圓錐部分，不計算圓錐上面的半球體積，也就是當圓錐形容器裝入冰淇淋時，容器頂端的面要刷平。

圓錐形餅皮所能盛裝物品的體積	
請寫出計算過程、解題策略與想法。	

活動三：製作冰淇淋模型。

請在你所完成的圓錐形餅皮上面，運用適當的材料，製作一個半球體，完成冰淇淋模型，並寫出你製作半球體的方法。

附錄

開放試題設計與解題分析

編號	主題名稱	施測年級	施測分析者
N、R	摩天輪探索	五年級	高雄市博愛國小 洪雪芬

一、評量目標與說明

「摩天輪探索」主要是藉由生活數學引入，期望學生能透過嘗試錯誤，發現規律以解決問題，在學生解題之後，則運用觀摩、討論、修正錯誤等歷程，來深化學生的數學學習。評量目標如下：

N-3-18	能由生活中常用的數量關係，運用於理解問題並解決問題。
C-R-01	能察覺生活中與數學相關的情境。(察覺)
C-T-03	能把情境中與數學相關的資料資訊化。(轉化)
C-C-06	能用一般語言及數學語言說明解題的過程。(溝通)

本評量問題稍具難度，建議採用分組解題方式進行，並透過同儕正確解題之觀摩與討論，引導學生進行深度之探索與思考。

二、題目內容

摩天輪探索（一）

座號：	姓名：
摩天輪有 12 個車廂，每個車廂最少搭乘 1 人，最多搭乘 4 人，摩天輪轉一圈叫做「一輪」，當你來到摩天輪入口排隊時，摩天輪剛好轉到第一號車廂。	
【情境一】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 19 個位置。請問：	
1. 你最快可以搭上「第幾號」車廂？最慢會搭上「第幾輪第幾號」車廂？	
2. 你能不能搭到「第 9 號」車廂，請說明你的想法與作法。	
【情境二】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 12 個位置。請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？請說明你的想法與作法。	
【情境三】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 13 個位置。請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？	

摩天輪探索（二）

座號：	姓名：
摩天輪有 12 個車廂，每個車廂最少搭乘 1 人，最多搭乘 4 人，摩天輪轉一圈叫做「一輪」，當你來到摩天輪入口排隊時，摩天輪剛好轉到第一號車廂。	
【深度探索】	
請列表探索，當你來到摩天輪入口排隊時，如果你排隊的位置是排在第 1 個、第 2 個、…、第 15 個或第 16 個時，你可以搭到「哪幾號」車廂？	
排隊位置	可搭乘車廂編號
第 1 個位置	
第 2 個位置	

第 3 個位置	
第 4 個位置	
第 5 個位置	
第 6 個位置	
第 7 個位置	
第 8 個位置	
第 9 個位置	
第 10 個位置	
第 11 個位置	
第 12 個位置	
第 13 個位置	
第 14 個位置	
第 15 個位置	
第 16 個位置	
經由上述的探索，請說說你的發現和心得。	

三、實施方式與學生解題分析

由於「摩天輪探索」題目屬於非例行性的問題，因此，採用分組解題方式來進行，第一次解題之後，先透過同儕正確解題之觀摩與討論，來指導學生深入探索解題之正確與否及如何說明理由；解題觀摩與討論之後，再做第二次解題。

(一) 情境一之學生解題分析

1. 情境一之兩次解題分析

關於情境一之解題，第一次解題之後，有 4 組答案正確，2 組答案錯誤；第二次解題，則 6 組學生均能正確解題與說理。學生解題分析如下：

情境一	第一次解題	第二次解題
第 1 組	答案正確，有說明理由	答案正確，有說明理由
第 2 組	答案錯誤，沒說明理由	答案正確，有說明理由
第 3 組	答案正確，有說明理由	答案正確，有說明理由
第 4 組	答案正確，有說明理由	答案正確，有說明理由
第 5 組	答案錯誤，沒說明理由	答案正確，有說明理由
第 6 組	答案正確，有說明理由	答案正確，有說明理由

2. 同儕正確解題觀摩與討論

由於第一次解題結果，發現第 2、5 組學生尚無法正確解題與說明理由，因此採用問題討論與同儕正確解題觀摩，來指導學生解題與如何撰寫解題之理由。

【問題討論 1】 要如何說明能不能搭到「第 9 號」車廂？

學生說法如下：

- (1) 直接在 9 個車廂填上人數，慢慢調整到可以坐上第 9 號車廂。(如第 3, 6 組)
- (2) 每個車廂坐 2 人，不行；改成 3 人來思考，也不行；再改成前 8 個車廂坐 2 人，第 9 個車廂坐 3 人。(如第 4 組)
- (3) 因為最快可搭到第 5 車廂，最慢可坐到第 19 號車廂，也就是第 2 輪又 7 號，所以可以坐到第 9 號。(如第 1 組)

同儕正確解題觀摩	
<p style="text-align: center;">第 3 組</p> <p>【情境一】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 19 個位置。 1. 請問你最快可以搭上「第幾號」車廂？最慢會搭上「第幾輪第幾號」車廂？ 2. 你能不能搭到「第 9 號」車廂，請說明你的想法與作法。</p> <p>A: 1. 5 號 (2) 輪 7 號 ✓ 2. 可以, 理由 → 理由: ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12 ⑥ 14 ⑦ 16 ⑧ 18 ⑨ 19</p>	<p style="text-align: center;">第 6 組</p> <p>【情境一】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 19 個位置。 1. 請問你最快可以搭上「第幾號」車廂？最慢會搭上「第幾輪第幾號」車廂？ 2. 你能不能搭到「第 9 號」車廂，請說明你的想法與作法。</p> <p>$4 \times 1 = 4$ $4 \times 5 = 20$ $19 - 12 = 7$ $4 \times 2 = 8$ ① 最快第 5 號車廂 12 62 $4 \times 3 = 12$ ② 最慢第 2 輪第 7 號車廂 22 74 $4 \times 4 = 16$ ③ 可以 32 82 42 91 52</p>
<p style="text-align: center;">第 4 組</p> <p>【情境一】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 19 個位置。 1. 請問你最快可以搭上「第幾號」車廂？最慢會搭上「第幾輪第幾號」車廂？ 2. 你能不能搭到「第 9 號」車廂，請說明你的想法與作法。</p> <p>$19 \div 4 = 4 \dots 3$ $19 \div 12 = 1 \dots 7$ (號) $2 \times 9 = 18$ $2 \times 8 = 16$ $4 + 1 = 5 \dots$ 快 $1 + 1 = 2$ (輪) $19 > 18 (x)$ $19 - 16 = 3 \dots 17$ = 2 輪 7 號 $19 \div 3 = 6 \dots 1$ $8 + 1 = 9$ $6 + 1 = 7$ $9 = 9$ 7×9 A: 可以 ✓</p> <p>① 5 號 ② 第 2 輪 7 號</p>	<p style="text-align: center;">第 1 組</p> <p>【情境一】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 19 個位置。 A1. 請問你最快可以搭上「第幾號」車廂？最慢會搭上「第幾輪第幾號」車廂？ B2. 你能不能搭到「第 9 號」車廂，請說明你的想法與作法。</p> <p>A: 第 5 號車廂 第 19 號車廂 - 2 輪又 7 號。 B: 能 因為最快是第 5 號車廂，最慢是第 19 號車廂，所以可以搭到。</p>

【問題討論 2】 第 1 組提到，最快可坐到第 5 車廂，最慢可坐到第 2 輪第 7 號，就可以坐到第 9 號，為什麼？

教師引導：在黑板上，畫 19 個格子。

1. 每個格子放一個磁鐵代表一個人，顯示可以坐到第 2 輪第 7 號；
2. 將第 2 輪第 7 號磁鐵移到第 1 車廂，顯示可以坐到第 2 輪第 6 號；
3. 將第 2 輪第 6 號磁鐵移到第 1 車廂，顯示可以坐到第 2 輪第 5 號；
4. 將第 2 輪第 5 號磁鐵移到第 1 車廂，顯示可以坐到第 2 輪第 4 號；
5. 第 1 車滿了，將第 2 輪第 4 號磁鐵移到第 2 車廂，顯示可以坐到第 2 輪第 3 號；以此類推。如下表，結果發現，當「最快可坐到第 5 車廂，最慢可坐到第 2 輪第 7 號」時，介於「第 5 車廂和第 2 輪第 7 號車廂」之間的车廂，都可以坐到。歷程如下圖：

車 廂	第一輪												第二輪						
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7
人	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	4	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	4	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	4	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	4	4	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	4	4	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	4	4	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	4	4	4	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人	4	4	4	4	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

3. 解題與說理之修正(第 2, 5 組)

經過討論分享後再做第二次解題，結果顯示學生都能正確說明理由。

第 2 組 解題說理修正

【情境一】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 19 個位置。

1. 請問你最快可以搭上「第幾號」車廂？最慢會搭上「第幾輪第幾號」車廂？

2. 你能不能搭到「第 9 號」車廂，請說明你的想法與作法。

$19 \div 4 = 4 \dots 3$
 $19 \div 1 = 19$

A. 第 5 車廂
 第 2 輪第 7 號車廂可以

第 5 組 解題說理修正

【情境一】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 19 個位置。

1. 請問你最快可以搭上「第幾號」車廂？最慢會搭上「第幾輪第幾號」車廂？

2. 你能不能搭到「第 9 號」車廂，請說明你的想法與作法。

1. 5 號車廂, 第 7 號車廂
 $19 \div 4 = 4 \dots 3$ $4 + 1 = 5$ 2. $19 \div 1 = 19$ 因為只有 2 個車廂, 所以 19 就是第 2 輪由
 2. 能
 因為從 5 到第 7 輪 7 號之間有第 9 號車廂,

(二) 情境二、三之學生解題分析

1. 情境二、三之兩次解題分析

關於情境二、三之解題，第一次解題之後，只有第 4 組解題與說理都正確；第 1, 5 組答案正確，但不會說理；第 3, 6 組情境三答案錯誤；第 2 組情境二、三答案錯誤。第二次解題，則 6 組學生均能正確解題與說理。學生解題分析如下：

情境二、三	第一次解題	第二次解題
第 1 組	答案正確，沒說明理由。	答案正確，有說明理由。
第 2 組	情境二、三答案錯誤，沒說明理由。	答案正確，有說明理由。
第 3 組	情境二答案正確，有說明理由。 情境三答案錯誤，說理錯誤。	答案正確，有說明理由。
第 4 組	答案正確，有說明理由。	答案正確，有說明理由。
第 5 組	答案正確，沒說明理由。	答案正確，有說明理由。
第 6 組	情境二答案正確，有說明理由。 情境三答案錯誤，說理錯誤。	答案正確，有說明理由。

2. 同儕正確解題觀摩與討論

由於情境二、三之解題與說理正確率較低，因此，還是採用問題討論與同儕正確解題觀摩，來指導學生解題與如何撰寫解題之理由。

【問題討論 1】要如何說明排在第 12 個位置，一定搭不到第 1, 2 號車廂？

學生說法如下：

- (1) $12 \div 4 = 3$ ， $12 \div 1 = 12$ ，最快可搭到第 3 車廂，最慢可坐到第 12 號車廂，可以搭到第 3 到第 12 車廂的每一個車廂，所以一定搭不到第 1, 2 號車廂。
- (2) 可以像上一題一樣，用磁鐵來說明。

車廂	第一輪											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
人 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
人 2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
人 3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
人 4	4	1	1	1	1	1	1	1	1			
人 4	4	2	1	1	1	1	1	1				
人 4	4	3	1	1	1	1	1					
人 4	4	4	1	1	1	1						
人 4	4	4	2	1	1							
人 4	4	4	3	1								
人 4	4	4	4									

【問題討論 2】 要如何說明排在第 13 個位置，一定搭不到第 2, 3 號車廂？

學生說法如下： $13 \div 4 = 3 \dots 1$ ， $13 \div 1 = 13$ ，因為最快可搭到第 4 車廂，最慢可坐到第二輪第 1 號車廂，可以搭到第 4 車廂到第第二輪第 1 號車廂之間的每一個車廂，所以一定搭不到第 2, 3 號車廂。

同儕正確解題觀摩

【情境二】 當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 12 個位置。
請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？請說明你的想法與作法。

$12 \div 1 = 12 \dots \text{慢}$
 $12 \div 4 = 3 \dots \text{快}$
 $1, 2$ 坐不到
 A = 第 1, 2 號

【情境三】 當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 13 個位置。
請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？

$13 \div 12 = 1 \dots 1 \dots \text{慢}$
 $13 \div 4 = 3 \dots 1$
 $3 + 1 = 4 \dots \text{快}$
 $2, 3$ 坐不到
 4, 5, 6, \dots, 11, 12, 1
 A = 第 2, 3 號

3. 解題與說理之修正

經過討論分享再做第二次解題，結果顯示 6 組學生均能正確解題，在說理方面，第 3, 5, 6 組表現不錯，第 1, 2 組則只寫出算式和答案，未能清楚說理。

第 3, 5, 6 組之解題與說理修正

<p>第 3 組 情境三答案錯誤</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【情境三】 當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 13 個位置。 請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？</p> <p>A: 2, 3 號，因為： 如果最多每個車廂搭四人： $13 \div 4 = 3 \dots 1$，自己搭一個車廂。 $3 + 1 = 4$ 最快也只能搭到 4 號車廂。</p> </div>	<p>第 6 組情境三答案錯誤</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【情境三】 當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 13 個位置。 請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？</p> <p>$13 \div 4 = 3 \dots 1$ $3 + 1 = 4$ A: 1, 2 號</p> </div>
<p>第 3 組情境三答案修正</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【情境三】 當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 13 個位置。 請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？</p> <p>A: 2, 3 號，因為： 如果最多每個車廂搭四人：$13 \div 4 = 3 \dots 1$ 自己搭一個車廂。 不過也可以搭到第 2 輪的 1 號，因為 如果每個車廂搭 1 個人：$13 - 12 \times 1 = 1$ 搭到 第 2 輪的 1 號車廂。</p> </div>	

第 6 組情境三答案修正

【情境三】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 13 個位置。
請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？

$13 \div 4 = 3 \dots 1$
因為於 1，所以 3 不可能

$13 \div 12 = 1 \dots 1$
因為於 1，所以 1 也不可能

A: 2, 3 號

一次
< 假設每次都是最多的人進去

第 5 組 說理修正

【情境二】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 12 個位置。
請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？請說明你的想法與作法。

第十一個位子: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. (沒有 1, 2)

A: 1, 2 號車廂

【情境三】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 13 個位置。
請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？

第十三個位子: 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 第二輪: 1 (沒有 2, 3)

A: 2, 3 號車廂

4. 解題與說理之個別指導與修正

由於第 1, 2 組則只寫出算式和答案，未能清楚說理。因此教師採取個別指導方式，引導學生如何將解題緣由說清楚。

教師：你們能清楚列出算式 $12 \div 4 = 3$ ， $12 \div 1 = 12$ 很棒，但是從這個算式怎麼會知道搭不到第 1, 2 號車廂呢？

學生：因為最快可搭到第 3 車廂，最慢可搭到第 12 號車廂，所以搭不到第 1, 2 號車廂。

教師：請說說看到底可以搭到哪些車廂？

學生：可以搭到第 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 車廂。

教師：情境三最快可搭到第 4 車廂，最慢可搭到第二輪第 1 號車廂，表示可以搭到哪些車廂？

學生：可以搭到第 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 和第二輪第 1 車廂。

教師：說得很好，請把你們剛剛說的補寫上去。

<p style="text-align: center;">第 2 組 情境二答案錯誤</p> <p>【情境二】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 12 個位置。 請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？請說明你的想法與作法。</p> <p style="text-align: center;">(2, 5, 11 號搭不到)</p>	<p style="text-align: center;">第 2 組 情境二答案修正</p> <p>【情境二】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 12 個位置。 請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？請說明你的想法與作法。</p> <p style="text-align: center;"> $12 \div 4 = 3$ (快) $12 \div 1 = 12$ (慢) 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 A: 第 2 號一定搭不到 </p>
<p style="text-align: center;">第 2 組 情境三答案錯誤</p> <p>【情境三】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 13 個位置。 請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？(2, 3 號)</p>	<p style="text-align: center;">第 2 組 情境三答案修正</p> <p>【情境三】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 13 個位置。 請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？</p> <p style="text-align: center;"> $13 \div 4 = 3 \dots 1$ $13 \div 1 = 13$ (慢) $3 + 1 = 4$ (快) $4 \times 3 = 12$ (第 2 輪第 12 號) A: 3 號和 2 號搭不到 </p>

第 1 組 說理修正

【情境二】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 12 個位置。
請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？請說明你的想法與作法。

$12 \div 4 = 3$ 快
 $12 \div 1 = 12$ 慢

可坐到：3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

A: ①第 12 號車廂一定搭不到 ② 3-12 可坐至, 1-2 坐不至

【情境三】當你來到摩天輪入口排隊時，你排在第 13 個位置。
請問「哪幾號」車廂，你一定搭不到？

$13 \div 4 = 3 \dots 1$ $3 + 1 = 4$ 快
 $13 \div 1 = 13$ 慢

可坐到：4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 - 1

A: 第 2-3 號一定搭不到。

(三)「深度探索」之學生解題分析

1. 「深度探索」之兩次解題分析

關於「深度探索」之解題，第一次解題之後，有 3 組學生答案正確，有 3 組學生答案錯誤，經過討論分享之後，再做第二次解題，結果顯示 6 組學生均能正確解題，在發現與心得的撰寫方面，有 5 組是 OK 的，有 1 組學生所說明的理由是錯誤的。學生解題分析如下：

深度探索	第一次解題	第二次解題	發現與心得
第 1 組	答案正確	答案正確	簡略
第 2 組	答案錯誤	答案正確	簡略
第 3 組	答案錯誤	答案正確	說理錯誤
第 4 組	答案正確	答案正確	有數學味
第 5 組	答案正確	答案正確	呈現規律
第 6 組	答案錯誤	答案正確	有數學味

2. 「深度探索」之解題類型分析

正確解題	排隊位置	可搭乘車廂編號	第 1 輪	第 2 輪
	第 1 個位置	1		第 1 輪
第 2 個位置	1-2		第 1 輪	
第 3 個位置	1-2-3		第 1 輪	
第 4 個位置	1-2-3-4		第 1 輪	
第 5 個位置	2-3-4-5		第 1 輪	
第 6 個位置	2-3-4-5-6		第 1 輪	
第 7 個位置	2-3-4-5-6-7		第 1 輪	
第 8 個位置	2-3-4-5-6-7-8		第 1 輪	
第 9 個位置	3-4-5-6-7-8-9		第 1 輪	
第 10 個位置	3-4-5-6-7-8-9-10		第 1 輪	
第 11 個位置	3-4-5-6-7-8-9-10-11		第 1 輪	
第 12 個位置	3-4-5-6-7-8-9-10-11-12		第 1 輪	
第 13 個位置	4-5-6-7-8-9-10-11-12-1		第 1 輪	第 2 輪
第 14 個位置	4-5-6-7-8-9-10-11-12-1-2		第 1 輪	第 2 輪
第 15 個位置	4-5-6-7-8-9-10-11-12-1-2-3		第 1 輪	第 2 輪
第 16 個位置	4-5-6-7-8-9-10-11-12-1-2-3-4		第 1 輪	第 2 輪


(第 1, 4, 5 組) 學生能看出規律，也能將第 13, 14, 15, 16 號車廂，表示為第二輪第 1, 2, 3, 4 號車廂。

錯誤解題	<table border="1"> <thead> <tr> <th>排隊位置</th> <th>可搭乘車廂編號</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>第1個位置</td><td>1</td></tr> <tr><td>第2個位置</td><td>1, 2</td></tr> <tr><td>第3個位置</td><td>1, 2, 3</td></tr> <tr><td>第4個位置</td><td>1, 2, 3, 4</td></tr> <tr><td>第5個位置</td><td>2, 3, 4, 5</td></tr> <tr><td>第6個位置</td><td>2, 3, 4, 5, 6</td></tr> <tr><td>第7個位置</td><td>2, 3, 4, 5, 6, 7</td></tr> <tr><td>第8個位置</td><td>2, 3, 4, 5, 6, 7, 8</td></tr> <tr><td>第9個位置</td><td>3, 4, 5, 6, 7, 8, 9</td></tr> <tr><td>第10個位置</td><td>3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10</td></tr> <tr><td>第11個位置</td><td>3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11</td></tr> <tr><td>第12個位置</td><td>3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12</td></tr> <tr><td>第13個位置</td><td>4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13</td></tr> <tr><td>第14個位置</td><td>4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14</td></tr> <tr><td>第15個位置</td><td>4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15</td></tr> <tr><td>第16個位置</td><td>4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16</td></tr> </tbody> </table>	排隊位置	可搭乘車廂編號	第1個位置	1	第2個位置	1, 2	第3個位置	1, 2, 3	第4個位置	1, 2, 3, 4	第5個位置	2, 3, 4, 5	第6個位置	2, 3, 4, 5, 6	第7個位置	2, 3, 4, 5, 6, 7	第8個位置	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	第9個位置	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	第10個位置	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	第11個位置	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11	第12個位置	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	第13個位置	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	第14個位置	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14	第15個位置	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15	第16個位置	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16	(第3, 6組) 學生能看出規律, 但是未能將第13, 14, 15, 16號車廂, 表示為第二輪第1, 2, 3, 4號車廂
	排隊位置	可搭乘車廂編號																																		
	第1個位置	1																																		
	第2個位置	1, 2																																		
	第3個位置	1, 2, 3																																		
	第4個位置	1, 2, 3, 4																																		
	第5個位置	2, 3, 4, 5																																		
	第6個位置	2, 3, 4, 5, 6																																		
	第7個位置	2, 3, 4, 5, 6, 7																																		
	第8個位置	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8																																		
	第9個位置	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9																																		
	第10個位置	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10																																		
	第11個位置	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11																																		
	第12個位置	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12																																		
	第13個位置	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13																																		
	第14個位置	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14																																		
第15個位置	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15																																			
第16個位置	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16																																			
錯誤解題	<table border="1"> <thead> <tr> <th>排隊位置</th> <th>可搭乘車廂編號</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>第1個位置</td><td>① ✓</td></tr> <tr><td>第2個位置</td><td>① ② ✓</td></tr> <tr><td>第3個位置</td><td>① ② ③ ✓</td></tr> <tr><td>第4個位置</td><td>① ② ③ ④ ✓</td></tr> <tr><td>第5個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤</td></tr> <tr><td>第6個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥</td></tr> <tr><td>第7個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦</td></tr> <tr><td>第8個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧</td></tr> <tr><td>第9個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨</td></tr> <tr><td>第10個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩</td></tr> <tr><td>第11個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪</td></tr> <tr><td>第12個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫</td></tr> <tr><td>第13個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬</td></tr> <tr><td>第14個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭</td></tr> <tr><td>第15個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮</td></tr> <tr><td>第16個位置</td><td>① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯</td></tr> </tbody> </table> <p>經由上述的探索, 請說說你的發現和心得。</p> <p>有規律!!!</p>	排隊位置	可搭乘車廂編號	第1個位置	① ✓	第2個位置	① ② ✓	第3個位置	① ② ③ ✓	第4個位置	① ② ③ ④ ✓	第5個位置	① ② ③ ④ ⑤	第6個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥	第7個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦	第8個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧	第9個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨	第10個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩	第11個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪	第12個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫	第13個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬	第14個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭	第15個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮	第16個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯	(第2組) 學生在寫完第1, 2, 3, 4個位置可搭乘車廂編號之後, 就以為找到規律了, 然後以此類推, 一路依序寫下去, 結果未能找出正確的規律。
	排隊位置	可搭乘車廂編號																																		
	第1個位置	① ✓																																		
	第2個位置	① ② ✓																																		
	第3個位置	① ② ③ ✓																																		
	第4個位置	① ② ③ ④ ✓																																		
	第5個位置	① ② ③ ④ ⑤																																		
	第6個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥																																		
	第7個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦																																		
	第8個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧																																		
	第9個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨																																		
	第10個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩																																		
	第11個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪																																		
	第12個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫																																		
	第13個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬																																		
	第14個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭																																		
第15個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮																																			
第16個位置	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯																																			
經過討論分享之後, 再做第二次解題, 六組學生都能正確解題。																																				

3. 學生之發現與心得分析

在發現與心得的撰寫方面, 第4, 6組的發現與心得頗具數學味, 第5組還寫出第17-21個位置可搭乘的車廂來顯示真的有找到規律, 第1, 2組的發現與心得稍嫌簡略, 第3組學生所說明的理由則是錯誤的。各組的發現與心得如下:

第4組	<p>經由上述的探索, 請說說你的發現和心得。</p> <p>我發現當我們排在第幾號, 就會坐到第幾號, 但如果我排的位置超過12號, 要將號碼減掉12。每4個車箱一個環節, 當我的所在位置超過4的倍數, 最快的車箱要往後退1個。</p>
-----	---

第 6 組	<p>經由上述的探索，請說說你的發現和心得。</p> <p>只要是4的倍數的下一個數，就要在上一個數的第一個數加一，如：在第④個位置④2,3,4，而下一個位置的可能是⑤編號等於⑤3,4,5。</p> <p>我覺得數學只要發現規律，就很好找出答案了！</p>															
第 5 組	<p>經由上述的探索，請說說你的發現和心得。</p> <p>同學教我很多規律，令我收穫良多。 數學只要發現規律，就會很好算。</p> <table border="1" data-bbox="300 875 1283 1128"> <thead> <tr> <th>第17個位置</th> <th>1, 2, 3, 4, 5</th> <th>5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>18</td> <td>1, 2, 3, 4, 5, 6</td> <td>5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12</td> </tr> <tr> <td>19</td> <td>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7</td> <td>5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8</td> <td>5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12</td> </tr> <tr> <td>21</td> <td>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9</td> <td>6, 7, 8, 9, 10, 11, 12</td> </tr> </tbody> </table>	第17個位置	1, 2, 3, 4, 5	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	18	1, 2, 3, 4, 5, 6	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	19	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	20	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	21	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
第17個位置	1, 2, 3, 4, 5	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12														
18	1, 2, 3, 4, 5, 6	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12														
19	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12														
20	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12														
21	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	6, 7, 8, 9, 10, 11, 12														
第 1 組	<p>經由上述的探索，請說說你的發現和心得。</p> <p>經過這次的探索，讓我們更了解關於數學的一些規律</p> 															
第 2 組	<p>經由上述的探索，請說說你的發現和心得。</p> <p>經過這次的經驗，更讓我們了解了摩天輪的規律。</p> <p>“粉”有“規律”！！</p>															

4. 學生之發現與心得修正 (第3組)

由於第3組在發現與心得中所說明的理由是錯誤的。因此，採用個別問話方式，根據學生的解題思維來引導其修正錯誤。

說理錯誤

經由上述的探索，請說說你的發現和心得。
第1~4(位置)都是每個車廂坐4人；
第5~8(位置)都是每個車廂坐3人.....
不過到了第13個位置，因為 $13-12=1$ ，
所以京尤會坐到第2趟，因此京尤不一樣了。
而且在第15個位置以後，京尤每一個
車廂都可以搭到了(包含第2趟)!

說理修正

經由上述的探索，請說說你的發現和心得。
第1~4(位置)都是從①開始，到自己的號碼
第5~8(位置)都是從②開始，到自己的號碼
不過到了第13個位置，因為 $13-12=1$ ，
所以京尤會坐到第2趟，因此京尤不一樣了。
而且在第15個位置以後，京尤每一個
車廂都可以搭到了(包含第2趟)!

(四) 學生個人學習心得賞析

從學生個人學習心得的撰寫看來，開放試題的評量是有意義的，且值得嘗試。
學生個人學習心得舉例如下：

第...單元...
我本來覺得摩天輪探索很難，但是經過整組的討論，其實真的很簡單，雖然我們第一次寫的太快，太興奮了！所以一知道了規律就不停的一直寫下去，真的是太可怕了！之後第二次討論後，慢慢分析、討論，終於懂這規律，因之前太粗心了，所以一直都沒有解，現在慢慢的寫，終於會了這個摩天輪探索。

解題心路歷程：很難—很簡單—錯誤—了解

我覺得這個單元非常有趣，平常坐摩天輪時都沒有去發現，一開始上這單元時有點讓我一頭霧水，之後我以為我找到規律了，結果聽老師說才知道我找錯了，最後我終於知道，知道規律我覺得非常有趣、好玩。

我覺得摩天輪的探索有一點難，但經過這次的討論，讓我們的知識又多了一些，也讓我們更了解生活上的難題。

解題心路歷程：有點難—討論—了解

第 單元 摩天輪的心得
其實這次摩天輪的單元並沒有很難，只要稍微動一下頭腦，馬上就出來了。經過這次的討論，也讓我們這一組更合作更有默契。雖然有人剛開始不懂，但是經過其他人的解說，他們也都了解了，而且還讓我們了解這個單元的規律。

我覺得合作很重要，如果沒有大家團結合作，也找不到線索。同時也可以增進彼此的耐性 & 學習結合合作的精神。

解題心情：合作很重要

①我覺得2張都很簡單，因為只要一個一個數就可以破解！

第 單元 摩天輪探索的心得：
我發現我在排位置時，會找到了規律，且這種遊戲的方式，能增加我的知識，讓我了解哪個位置可坐到，哪個位置不能坐到。其實在很多的數題裡，都蘊藏著許多規律！

第 單元 摩天輪探索
摩天輪探索的心得：
摩天輪因為是一號接著一號，因此可以讓我們學習週期性的問題，例如：多少人一輪、多少車廂一輪……，且在分工合作中可以探索其中的奧秘，並能體驗到思考數學的趣味，而我還發現到：排在第16個位置以上，就會坐到不同輪，相同號碼的車廂值得大家細細玩味。

解題心情：數學蘊藏規律

四、省思與建議

(一) 學生的解題歷程，印證「人類出生之後，即具備嘗試錯誤、尋求策略、解決問題的生存本能及透過學習能利用推論去解決數學問題」的說法。

97 課程綱要指出數學之所以被納入國民教育的基礎課程，重要的原因之一是：數學是人類天賦本能的延伸，人類出生之後，即具備嘗試錯誤、尋求策略、解決問題的生存本能，並具備形與數的初等直覺；經過文明累積的陶冶與教育，使這些本能得以具體延伸為數學知識，並形成更有力量的思維能力。在數學教育裡，強調每個學生都有權利要求受到良好的數學訓練，並充分認識重要的數學概念及提升厚實的數學能力。學生能力的發展始於流利的基礎運算和推演、對數學概念的理解，然後懂得利用推論去解決數學問題，包括理解和解決日常問題，以及在不熟悉解答方式時，懂得自尋解決問題的途徑(教育部, 2008)。本文所提出的開放試題「摩天輪探索」之設計，主要是藉由生活數學引入，期望學生能發揮嘗試錯誤、尋求策略、解決問題的生存本能，進而經過觀摩、討論、修正錯誤等歷程，使這些本能得以具體延伸為數學知識。

實施結果，從情境一的解題可以印證「人類出生之後，即具備嘗試錯誤、尋求策略、解決問題的生存本能及透過學習能利用推論去解決數學問題」的說法，證據如下：

嘗試錯誤	直接在 9 個車廂填上人數，慢慢調整到可以坐上第 9 號車廂。(如第 3, 6 組)
尋求策略	每個車廂坐 2 人，不行；改成 3 人來思考，也不行；再改成前 8 個車廂坐 2 人，第 9 個車廂坐 3 人。(如第 4 組)
利用推論 解決問題	因為最快可搭到第 5 車廂，最慢可坐到第 19 號車廂，也就是第 2 輪又 7 號，所以可以坐到第 9 號。(如第 1 組)

(二) 引導學生解決困難度稍高的非例行性問題，解題前之心理建設是必需的。

關於「深度探索」之解題，在施測之前，筆者一直很擔心題目太難，造成學生負荷過大，因此在發下試卷之後，馬上先給學生來個心理建設：

只要認真細心的完成前面幾個答案，就會發現規律，不會很難的。

施測結果出乎筆者意料之外，第 1, 4, 5 組學生解答完全正確；第 3, 6 組學生能看出規律，只是未能將第 13, 14, 15, 16 號車廂寫成第二輪第 1, 2, 3, 4 號車廂；比較有趣的是第 2 組學生在寫完第 1, 2, 3, 4 個位置可搭乘車廂編號之後，就很高興的以為找到規律了(參見 p9 寫著「有規律」，還畫個笑臉)，然後以此類推，一路依序寫下去，結果未能找出正確的規律。當然，經過觀摩與討論，這一組學生也能看到規律了。

(三) 當學生解題遇到困難，教師適時介入是很重要的。

針對第 1 組的推論「因為最快可搭到第 5 車廂，最慢可坐到第 2 輪第 7 號，所以可以坐到第 9 號。」多數學生無法理解。

此時，教師適時介入是很重要的，教師的引導策略是在黑板上，畫 19 個格子，每個格子放一個磁鐵代表一個人，顯示可以坐到第 2 輪第 7 號；然後將第 2 輪第 7 號磁鐵移到第 1 車廂，顯示可以坐到第 2 輪第 6 號；以此類推，引導學生發現當「最快可坐到第 5 車廂，最慢可坐到第 2 輪第 7 號」時，介於「第 5 車廂和第 2 輪第 7 號車廂」之間的车廂，都可以坐到。

而此推論剛好是情境二、三之解題金鑰，因此，學生可以很清楚的說出「排在第 12 個位置，最快可搭到第 3 車廂，最慢可坐到第 12 號車廂，可以搭到第 3 到第 12 車廂的每一個車廂，但是一定搭不到第 1, 2 號車廂。」

(四) 學生能從解題活動中，看見數學，所以開放試題的設計與實施是有意義，且值得嘗試的。

從學生的學習心得，發現學生真的能從解題活動中，看見數學；學生分組的發現與心得如下：第 1, 2 組的發現與心得雖然稍嫌簡略，但是有看到規律，第 5 組甚至還寫出第 17-21 個位置可搭乘的車輛，來顯示真的有找到規律，而第 4, 6 組的發現與心得頗具數學味，真的相當難能可貴。學生個人的學習心得如下：有的學生的學習心路歷程是「很難—很簡單—錯誤—了解」，有的則是「不懂—討論—了解」；在解題心情方面則有「合作很重要」、「數學蘊藏規律」等，由此可見，開放試題的設計與實施是有意義的，且值得嘗試。

(五) 教師要能善用科技處理學生評量資料，才会有動力持續實施開放試題之評量及解題分析。

在實施開放試題之評量及解題分析的歷程中，學生解題資料的處理對教師而言負擔最重，通常教師在學生第一次解題之後，需要將學生解題資料掃描，以便分析，然而一張一張掃描學生解題資料，相當費時，若沒及時學生解題資料掃描，活動就無法順利進行。

筆者在學生第一次解題之後，運用影印機將所有學生的解題資料印成 pdf 檔備用，如此一來，使得擷取學生解題資料，變得相當容易；也使得同儕正確解題觀摩及錯誤解題之討論，進行得非常順利。至於學生第二次解題資料的處理，由於解題資料較少，因此，改用相機拍照方式來處理。總之，教師要能善用科技處理學生評量資料，才会有動力持續實施開放試題之評量及解題分析。