

整數相除商為分數之概念建立

洪雪芬 高雄市國小數學輔導團/博愛國民小學

一、實施對象：五年級（一般班級 攜手課輔班級）

二、教學目標

| | |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 主 題 | <input checked="" type="checkbox"/> 數與計算 <input type="checkbox"/> 量與實測 <input type="checkbox"/> 幾何 <input type="checkbox"/> 代數 <input type="checkbox"/> 統計與機率 |
| 相關分年細目 (97) | 4-n-07 能理解分數之「整數相除」的意涵。 |
| 教學目標 | 1.能以算式紀錄「整數相除商為分數」之題意並解題。 2.能以文字或圖畫說明「整數相除商為分數」的意義。 |

三、學習難點

97 課綱四年級分年細目中提到理解分數的「整數相除」意涵，是分數教學的重要課題，然而日後一般學生大都只記得分數就是分子除以分母的概念。2009 年 TASA 評量結果也顯示小四學生在「整數相除商為分數」的通過率只有 39.80%。

為了瞭解五年級學生是否能正確掌握「整數相除商為分數」的意涵，乃針對五年級普通班 30 位學生進行施測，題目有三題，分別是「把 3 個小披薩平分給 4 個人、把長 2 公尺的繩子平分給 7 個人和把 5 個小蛋糕平分給 3 個人」，評量結果全班 30 位學生中有 26 位學生三個題目的算式紀錄和答案都正確，但是三個題目都能正確以文字或圖畫說明整數相除商為分數之意義的卻只有 8 人。學生的學習困難如下：

| 「整數相除商為分數」的學習困難 | |
|-----------------|------------------------------------|
| 1 | 無法將題目內容融入生活情境來思考與解題。 |
| 2 | 無法根據題意列出「整數÷整數=分數」的算式，也無法解題。 |
| 3 | 無法掌握「將單位 1 進行分割」之解題策略。 |
| 4 | 能列出算式解題，但是無法以文字或圖畫說明「整數÷整數=分數」的意義。 |

四、補救教學內容處理：簡化 減量 分解 替代 重整

由於理解分數之「整數相除」的意涵是四年級的題材，因此，筆者針對五年級學生實施延後測之後，發現「整數相除商為分數」之計算，對多數學生來說是沒問題的，但是以文字或圖畫說明「整數相除商為分數」之意義，通過率很低。因此，補教學學重點鎖定在「整數相除商為分數」意義的了解與說理。補救教學內容處理如下：

| 教學處理 | 內容說明 |
|------|------------------------------------------------------------------------------|
| 替 代 | 第一次評量後之全班性補救教學： 1.以同儕的正確解題，引導學生理解「整數相除商為分數」的意義。 2.以同儕的錯誤解題，引導學生澄清迷思概念。 |
| 重 整 | 第二次評量後之小組和個別性補救教學： 引導學生將題目內容融入生活情境來思考與解題，透過圖畫掌握「整數相除商為分數」的意義。 |

五、教學規劃與實施

(一) 設計理念

以文字或圖畫說明「整數相除商為分數」的意義，對多數學生而言是困難的，因此，針對本主題之補救教學，筆者採用「評量－教學－再評量」之模式來規劃與實施，第一次評量後，因為有超過半數學生不會以文字或圖畫說明「整數相除商為分數」的意義。因此，採用全班性之補救教學，第二次評量之後，則採用小組和個別補救教學方式來進行。


(二) 第一次評量結果

| 題目內涵 | 算式答案 正確 | 能正確以文字 或圖畫說明 | 不能正確以文 字或圖畫說明 | 算式說明 都錯 |
|------------------------|------------|-----------------|------------------|------------|
| 離散量：把 3 個小披薩平分給 4 個人 | 28 人 | 14 人 | 14 人 | 2 人 |
| 連續量：把長 2 公尺的繩子平分給 7 個人 | 26 人 | 11 人 | 15 人 | 4 人 |
| 離散量：把 5 個小蛋糕平分給 3 個人 | 27 人 | 11 人 | 16 人 | 3 人 |

(三) 第一次評量後之全班性補救教學

1. 第一題之全班性補救教學：

(1) 教師以展示同學的正確解題，引導學生如何透過文字和圖形來說明想法與做法。(2) 教師展示錯誤解題，透過問話協助學生理解自己的迷思概念為何。

| 主要問題與活動 | 說明及評量重點 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| <p>●展示同學的正確解題，引導學生如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> <p>T：把 3 個小披薩平分給 4 個人，可以像晨竣這樣將 1 個披薩平分成 4 塊，寫上 a,b,c,d，代表每人分到 1 個披薩的 $\frac{1}{4}$，有 3 個披薩，$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$，所以每人分到 $\frac{3}{4}$ 個披薩。</p> <p>我會用分數表示 姓名：洪晨竣 座號：5</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>(一) 彥廷把 3 個小披薩平分給 4 個人，每人可分得幾個小披薩？請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。</p> <p>$3 \div 4 = \frac{3}{4}$ ✓</p>  <p>每個人分到 $\frac{1}{4}$ 個 pizza 的 $\frac{1}{4} \times 3$ 個 pizza = $\frac{3}{4}$</p> <p>A: 每人到 $\frac{3}{4}$ 個 pizza ✓</p> </div> | <p>●學生能理解如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> |

T：請智涵說說你的想法與做法。

我會用分數表示

姓名：莊智涵 座號：20

(一) 彥廷把 3 個小披薩平分給 4 個人，每人可分得幾個小披薩？
請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

$3 \div 4 = \frac{3}{4}$

= 因為 3 個平分給 4 個人，剛好每一小塊合起來 = 12，12 剛好又是 4 的倍數，所以可以分完。
如右圖

A: 每人分 $\frac{3}{4}$ 個

S：我先把一個披薩切成 4 塊，3 個披薩一共 12 塊，分給 4 個人，每人得到 3 塊，所以每人分到 $\frac{3}{4}$ 個披薩。

● 展示同學的錯誤解題，引導學生澄清迷思概念。

T：請說說看，下列解題說理錯在哪裡。

S：從圖畫中看不出每人分到 $\frac{3}{4}$ ，要塗色或做記號。

彥廷把 3 個小披薩平分給 4 個人，每人可分得幾個小披薩？
請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

$3 \div 4 = \frac{3}{4}$ ✓

A: $\frac{3}{4}$ 個

T：請說說看，下列解題說理錯在哪裡。

S：一個人只能得到一個披薩的 $\frac{3}{4}$ ，不能 3 個披薩都塗上 $\frac{3}{4}$ 。

彥廷把 3 個小披薩平分給 4 個人，每人可分得幾個小披薩？
請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

$3 \div 4 = \frac{3}{4}$ ✓

A: $\frac{3}{4}$ 個

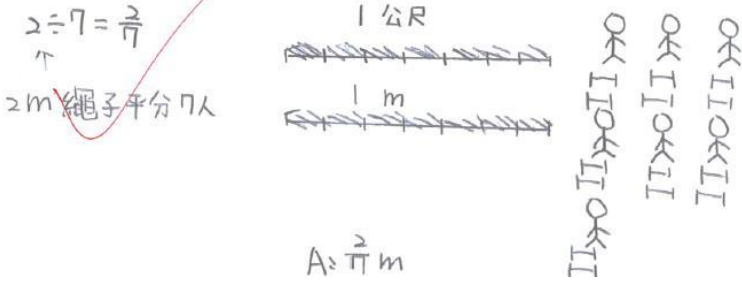

T：那麼，要怎麼改呢？

S：分別標上 1,2,3,4 才清楚，或標上不同的符號也可以。

● 學生能清楚指出錯誤之處。


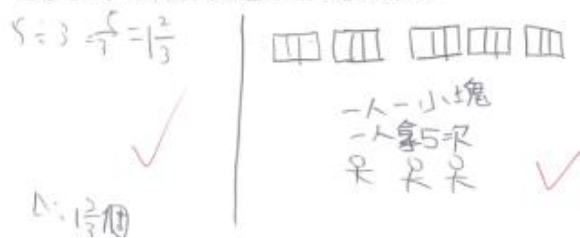
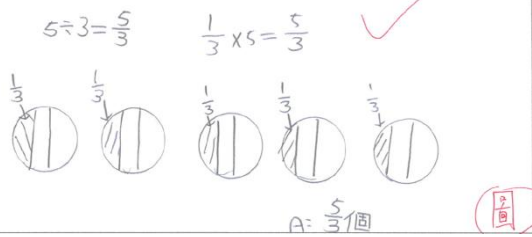
2.第二題之全班補救教學：

(1) 教師以展示同學的正確解題，引導學生何透過文字和圖形來說明想法與做法。(2) 教師展示錯誤解題，透過問話協助學生理解自己的迷思概念為何。

| 主要問題與活動 | 說明及評量重點 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| <p>●展示同學的正確解題，引導學生如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> <p>T：請<u>惟麟</u>說說你的想法與做法。</p> <p>S：我先把 1 公尺繩子分成 7 段，2 公尺繩子總共 14 段，每人分到 2 段，所以每人分到 $\frac{2}{7}$ 公尺繩子。</p> <p>梓諭把長 2 公尺的繩子平分給 7 個人，每人可分得幾公尺的繩子？ 請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。</p>  <p>T：把 1 公尺繩子分成 7 段，1 段是幾公尺？</p> <p>S：1 段是 $\frac{1}{7}$ 公尺。</p> <p>●展示同學的錯誤解題，引導學生澄清迷思概念。</p> <p>(二) 梓諭把長 2 公尺的繩子平分給 7 個人，每人可分得幾公尺的繩子？ 請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。</p>  <p>T：請說說看，解題說理錯在哪裡。</p> <p>S：每人分到 1 份才對。</p> <p>T：要怎麼改？</p> <p>S：要畫兩個 1 公尺。</p> | <p>●學生能理解如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> <p>●學生能清楚指出錯誤之處。</p> |

3.第三題之全班補救教學：

(1) 教師展示同學的正確解題，引導學生如何透過文字和圖形來說明想法與做法。(2) 教師展示錯誤解題，透過問話協助學生理解自己的迷思概念為何。

| 主要問題與活動 | 說明及評量重點 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| <p>●展示同學的正確解題，引導學生如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> <p>T：請妍君說說你的想法與做法。</p> <p>S：把每個蛋糕都平分成3份，每人可以分一個完整的蛋糕，和2份蛋糕，也就是 $\frac{2}{3}$ 個蛋糕，一共是一又三分之二個蛋糕。</p> <p>(三) 宇慧把5個小蛋糕平分給3個人，每人可分得幾個小蛋糕？ 請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。</p>  <p>T：請彥廷說說你的想法與做法。</p> <p>S：把每個蛋糕都平分成3份，一人一小塊，一人拿5次，一人可分到 $\frac{5}{3}$ 個蛋糕。</p> <p>(三) 宇慧把5個小蛋糕平分給3個人，每人可分得幾個小蛋糕？ 請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。</p>  | <p>●學生能理解如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> |
| <p>●展示同學畫圖錯誤之處，引導學生澄清迷思概念。</p> <p>宇慧把5個小蛋糕平分給3個人，每人可分得幾個小蛋糕？ 請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。</p>  <p>T：請說說看，要怎麼畫才正確。</p> <p>S：要畫像賓士車標誌那樣才對。</p> | <p>●學生能清楚指出說明不夠清楚之處。</p> |

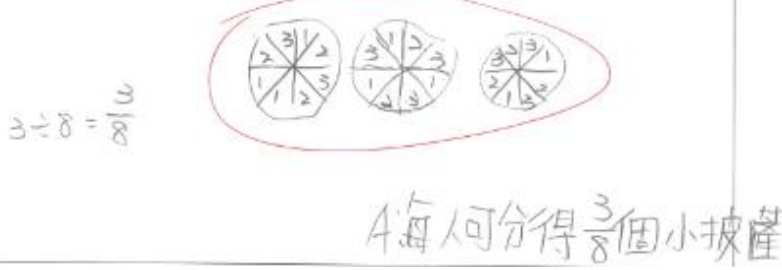
(四) 第二次評量結果

| 題目內涵 | 算式答案 正確 | 能正確以文字 或圖畫說明 | 不能正確以文 字或圖畫說明 | 算式說明 都錯 |
|------------------------|------------|-----------------|------------------|------------|
| 離散量：把 3 個小披薩平分給 8 個人 | 28 人 | 23 人 | 5 人 | 2 人 |
| 連續量：把長 2 公尺的繩子平分給 7 個人 | 28 人 | 23 人 | 5 人 | 2 人 |
| 離散量：把 4 個小蛋糕平分給 3 個人 | 28 人 | 25 人 | 3 人 | 2 人 |

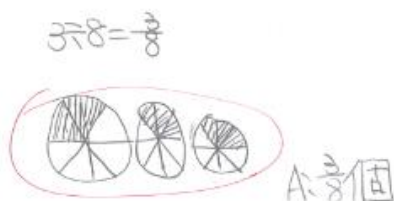
(五) 第二次評量後之小組與個別補救教學策略

(1) 首先，一題一題進行直接教學，再請學生針對自己的錯誤做修正。(2) 其次根據學生的迷思概念，透過個別問話，予以澄清；寫完一題，即時給予正增強。

1. 第一題之小組與個別補救教學

| 主要問題與活動 | 說明及評量重點 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| <p>● 小組直接教學</p> <p>T：請想像一下，現在有 3 個小披薩，要把 3 個小披薩平分給 8 個人。請先畫 3 個披薩。</p> <p>T：請將每 1 個披薩平分成 8 塊，寫上 1,2,3,4,5,6,7,8。</p> <p>T：(指著第一個披薩) 請問 1 號可以吃到幾個披薩？</p> <p>S：1/8。</p> <p>T：請問 1 號一共可以吃幾個 1/8？</p> <p>S：3 個，$1/8 \times 3 = 3/8$。</p> <p>T：請問 2 號一共可以吃幾個 1/8？</p> <p>S：3 個，$1/8 \times 3 = 3/8$。</p> <p>T：(指著下圖) 你知道要怎麼改了嗎？</p> <p>(一) 希寧把 3 個小披薩平分給 8 個人，每人可分得幾個小披薩？ 請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。</p>  <p>S：要寫上 1,2,3,4,5,6,7,8。</p> <p>T：(指著下圖) 你知道要怎麼改了嗎？</p> | <p>● 學生能理解如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> <p>● 學生能修正錯誤。</p> |

喬寧把 3 個小披薩平分給 8 個人，每人可分得幾個小披薩？
請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

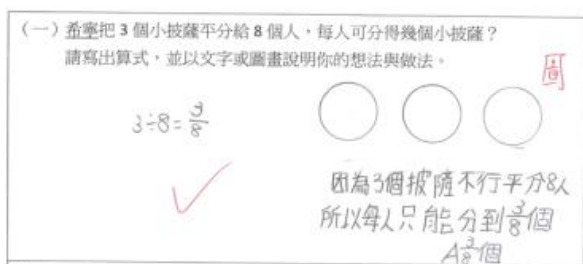


S：要擦掉斜線，寫上 1,2,3,4,5,6,7,8。

●個別補救教學—據學生的迷思概念，透過個別問話，予以澄清。

T：（指著下圖）你的算式寫得很好，答案也是對的。

說說看，一個人可以分到幾個披薩？



S：3/8 個。

T：是不是每個人都可以分到 3/8 個披薩？

S：是。

T：那麼，你為什麼說 3 個披薩不行平分 8 人？

S：……愣住。（另一位學生說，用語不當啦！）

S：我的意思是每人不夠分到一個。

T：很好。現在請將每 1 個披薩分成 8 塊，寫上 1,2,3,4,5,6,7,8。

S：學生畫圖。

T：（指著第一個披薩）請問 1 號可以吃到幾個披薩？

S：1/8。

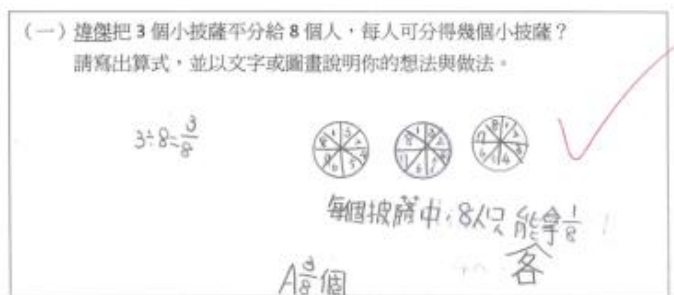
T：請問 1 號一共可以吃幾個 1/8？

S：3 個， $1/8 \times 3 = 3/8$ 。

T：請問 2 號一共可以吃幾個 1/8？

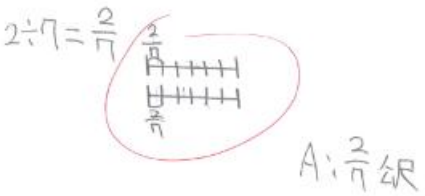
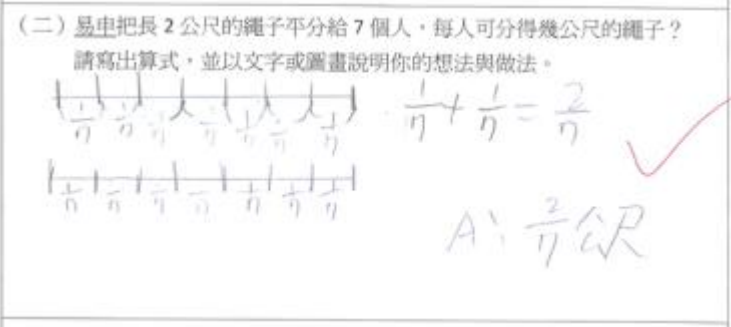
S：3 個， $1/8 \times 3 = 3/8$ 。

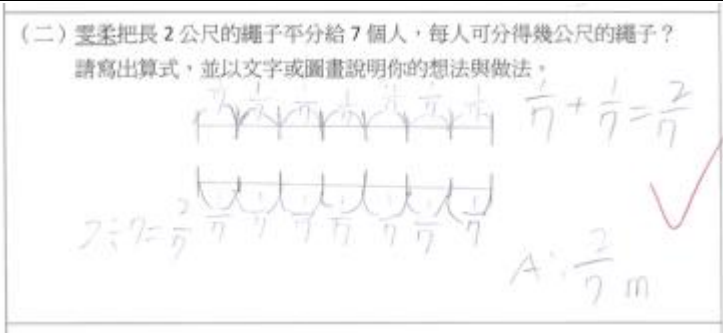
備註：學生第三次評量結果如下：



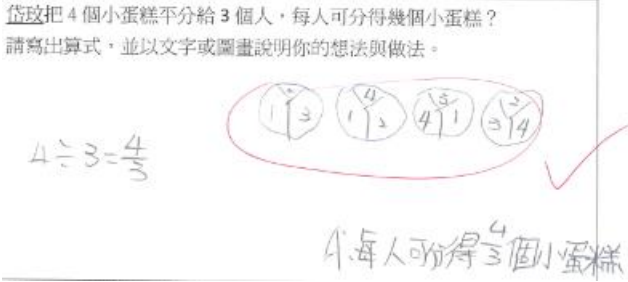
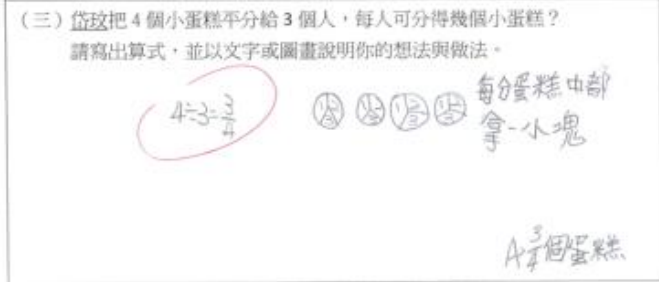
●學生能澄清迷思概念，並能理解如何透過文字和圖形來說明想法與做法。

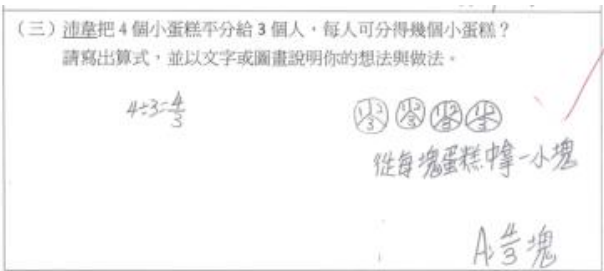
2.第二題之小組與個別補救教學

| 主要問題與活動 | 說明及評量重點 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| <p>●小組直接教學</p> <p>T：請想像一下，現在有一條繩子長 2 公尺，要把 2 公尺長的繩子平分給 7 個人。繩子要怎麼畫？</p> <p>S：先畫 1 條 1 公尺的繩子，將繩子平分成 7 段。 再畫 1 條 1 公尺的繩子，將繩子平分成 7 段。</p> <p>T：請問 1 段可以說是幾條繩子？</p> <p>S：1/7。</p> <p>T：請問 1 人可以分到幾個 1/7？</p> <p>S：2 個，是 2/7。</p> <p>T：（指著下圖）你知道要怎麼改了嗎？</p> <p>（二）易虫把長 2 公尺的繩子平分給 7 個人，每人可分得幾公尺的繩子？ 請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。</p>  <p>S：1 段是 1/7。</p> <p>●個別補救教學－據學生的迷思概念，透過個別問話，予以澄清。</p> <p>T：（指著下圖）你的圖畫得很好，答案也是對的。 說說看，一個人可以分到幾公尺的繩子？</p>  <p>S：2/7 公尺。</p> <p>T：你會不會用算式將題目記錄下來？</p> <p>S：什麼意思？</p> <p>T：就是用算式紀錄「把 2 公尺長的繩子平分給 7 個人」。</p> <p>S：用除法嗎？2÷7</p> <p>T：很好，請把答案也寫下來。</p> <p>S：2÷7=2/7</p> <p>備註：學生第三次評量結果如下：</p> | <p>●學生能理解如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> <p>●學生能修正錯誤。</p> <p>●學生能用算式將題目記錄下來。</p> |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>(二) 雲雲把長 2 公尺的繩子平分給 7 個人，每人可分得幾公尺的繩子？ 請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。</p>  | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

3.第三題之小組與個別補救教學

| 主要問題與活動 | 說明及評量重點 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| <p>●小組直接教學</p> <p>T：請想像一下，現在有 4 個小蛋糕，要把 4 個小蛋糕平分給 3 個人。請先畫 4 個小蛋糕。</p> <p>T：請將每 1 個蛋糕分成 3 塊，寫上 1,2,3。</p> <p>T：(指著第一個蛋糕) 請問 1 號可以吃到幾個蛋糕？</p> <p>S：1/3。</p> <p>T：請問 1 號一共可以吃幾個 1/3？</p> <p>S：4 個，是 4/3。</p> <p>T：請問 2 號一共可以吃幾個 1/3？</p> <p>S：4 個，1/3×4=4/3。</p> <p>T：(指著下圖) 你知道要怎麼改了嗎？</p>  <p>S：要寫上 1,2,3。</p> <p>●個別補救教學—據學生的迷思概念，透過個別問話，予以澄清。</p> <p>T：(指著下圖) 你的圖畫得很好，請問 1 號可以分到幾小塊蛋糕？</p>  <p>S：4 小塊。</p> | <p>●學生能理解如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> <p>●學生能修正錯誤。</p> |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| <p>T：1 小塊是幾個蛋糕？</p> <p>S：1/3。</p> <p>T：那麼，1 號分到幾個 1/3？</p> <p>S：4 個 1/3，是 4/3 才對。</p> <p>學生第三次評量結果如下：</p> <p>（雖然單位「個」寫成「塊」，但是學生是真的了解了。）</p>  | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

六、學生表現與教學省思

關於「整數相除商為分數」主題，筆者採用「評量－教學－再評量」模式來實施補救教學，實施結果發現學生的表現如下：

1. 學生能將題目內容融入生活情境來思考與解題。
2. 學生能根據題意列出「整數÷整數＝分數」的算式，並解題。
3. 學生能掌握「將單位 1 進行分割」之解題策略。
4. 學生能正確以文字或圖畫說明「整數÷整數＝分數」的意義。

以補救教學來說，掌握學生「會什麼、不會什麼」是相當重要的，第一次評量後，學生幾乎都能以算式紀錄「整數相除商為分數」之題意並解題，但是卻有超過半數學生不會以文字或圖畫說明「整數相除商為分數」之意義。因此，第一次評量後採用全班性之補救教學，主要策略是同儕解題觀摩和迷思概念澄清；第二次評量之後，由於每一題錯誤人數僅有 5-7 人，因此，第二次評量之後採用小組和個別補救教學方式來進行，主要策略是小組之直接教學和個別之迷思概念澄清，第三次評量結果學生均能正確解題與說理。經過這次的體驗，筆者深信運用「評量－教學－再評量」模式來實施補救教學，成效是可以預見的。

七、學習資源參考資料

周筱亭、黃敏晃（2002）。國小數學教材分析－分數的數概念與運算。教育部台灣省國民學校教師研習會。

教育部（2008）。國民中小學九年一貫課程綱要。臺北：教育部。