

# 數學小達人/PBL 專題式學習

## 《海上明燈·燈塔的探索》

高雄市博愛國小 洪雪芬 陳秉筠 李書欣

### 壹、前言

PBL/專題式學習 (Project- Based Learning, 簡稱 PBL) 的重要組成元素是問題、產出、學習者和教師四者，強調學習始於真實問題、學習表現以產出來衡量、學習者是學習主導者、教師是學習促進者。PBL 強調教師安排真實有意義的任務或問題，交由學習者去達成或解決，學習者必須針對問題完成一個或一系列的作品；學習過程中，學習者要主動與同儕一起探索問題，完成任務；擔任學習促進者角色的教師則要適時提供學習資源的引導，但不直接傳遞知識 (計惠卿, 2005)。面對 PBL/專題式學習此一教育新思潮，如何引導學生進行 PBL/專題式學習是大家關注的問題。

芬蘭國家教育董事會常務董事 *Kirsi Lindroos* 在 2005 年 3 月舉行的「國際 PISA 研討會」上指出，「知識經濟」與「全球化」改變了世界，也給教育製造了四個艱巨的挑戰，其中第一個挑戰，就是如何增進學生「學習如何學習」的技能，學會如何學習 (learn how to learn) 已比學會事實 (learn to know) 更為重要。的確，面對資訊快速成長的 21 世紀，如何培養學生處理資訊、辨識資訊與應用資訊的能力，是我們迫切需要解決的問題。

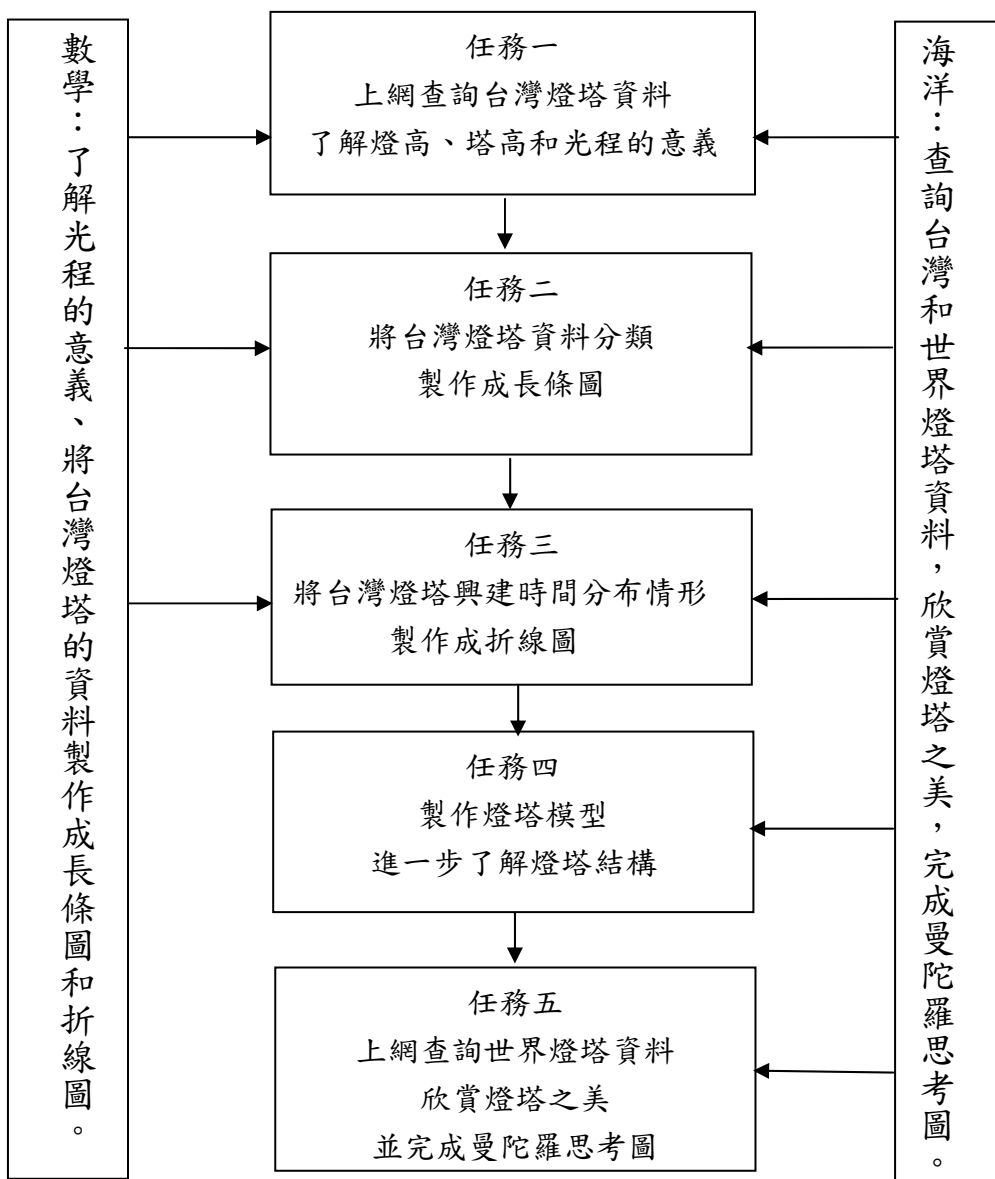
教育部 96.03.13 海洋教育政策白皮書提出海洋教育策略目標及具體策略，高雄市 2005~2008 施政主軸行動方案也確立了海洋台灣的推動體系。如何將教育政策落實於教學，如何讓學生深度認識海洋台灣，是值得我們深思的問題。

基於上述問題，乃設計此一數學小達人 PBL 專題式學習活動《海上明燈—燈塔的探索》，引導學生進行專題式的學習，期望透過數學 PBL/專題式學習，突破學生舊有的學習習慣，引導學生學會觀察、探索、推理、發表、討論、合作，增進學生處理資訊、辨識資訊與應用資訊的能力。

## 貳、教學設計架構

本活動「海上明燈－燈塔的探索」為數學 PBL/專題式學習系列活動之四。活動分為五個任務來進行。任務一：上網查詢台灣燈塔資料，了解燈高、塔高和光程的意義。任務二：將台灣燈塔資料分類製作成長條圖。任務三：將台灣燈塔興建時間分布情形製作成折線圖。任務四：製作燈塔模型進一步了解燈塔結構。任務五：上網查詢世界燈塔資料，欣賞燈塔之美，並完成曼陀羅思考圖。教學設計架構如下圖：

### 數學小達人 PBL/專題式學習《海上明燈－燈塔的探索》



圖一 數學小達人 PBL 專題式學習活動《海上明燈－燈塔的探索》設計架構圖

以下針對本教學活動的教學目標、教學對象、教學時間、學生先備知識、評量與檔案製作等說明如下：

## 一、教學目標

92 年公佈的國民中小學九年一貫數學學習領域課程綱要中，和本教學活動相配合的力指標分年細目是，能整理生活中的資料，並製成長條圖（5-d-01），能報讀生活中有序資料的統計圖（5-d-02），能整理有序資料，並繪製成折線圖（5-d-03），本教學活動的目標是引導學生用台灣燈塔的資料製成長條圖和折線圖，並細步解讀圖表所隱含的意涵；整體而言，本教學活動的訴求是期望透過統計圖表的繪製與解讀，培養學生分析與統整的能力。活動目標如下：

- （一）能上網查詢台灣燈塔資料，了解燈高、塔高和光程的意義。
- （二）能將台灣燈塔根據地區、燈高、塔高、光程等分類，並製作成長條圖。
- （三）能將台灣燈塔興建時間分布情形製作成折線圖。
- （四）能透過製作燈塔模型，更進一步了解燈塔結構。
- （五）能上網查詢世界燈塔資料，欣賞燈塔之美，並完成曼陀羅思考圖。

二、教學對象：國小五年級學生。

三、教學時間：五節課 200 分鐘。

## 四、學生先備知識：

學生之先備知識為（1-d-01）能對生活中的事件或活動做初步的分類與紀錄，（1-d-02）能將紀錄以統計表呈現並說明，（3-d-01）能報讀生活中常見的直接對應（一維）表格，（3-d-02）能報讀生活中常見的交叉對應（二維）表格，（4-d-01）能報讀生活中資料的統計圖，如長條圖、折線圖與圓形圖等，（4-d-02）能報讀較複雜的長條圖。博愛國小屬於市區學校，班級是常態編班，學生普遍學習意願高。

五、評量與檔案製作：三節課 120 分鐘。

## 參、專題式學習活動

### 活動內容說明

**暖身活動：**首先，請欣賞一下高雄燈塔之美，並了解高雄燈塔的相關資訊；高雄燈塔建於1883年，塔高15.2公尺，燈高58.2公尺，光程25.2浬，位於高雄市旗津區高雄港旗後山上，是磚砌八角塔。



◆教師：請問從上述資料中，大家有什麼問題要提出來討論。

◆學生可能提出的問題如下：

- (1) 塔高、燈高指的是什麼？高雄燈塔的塔高和燈高為什麼差那麼多？
- (2) 光程指的是什麼？1浬有多長？
- (3) 台灣有幾座燈塔？

◎**任務一說明：**任務是上網查詢台灣燈塔資料，了解燈高、塔高和光程的意義。

◎**任務一完成後之討論：**學生分組完成任務一之後，師生針對任務一進行討論。

◆教師：請問塔高、燈高指的是什麼？高雄燈塔的塔高和燈高為什麼差那麼多？

◆學生可能的說法如下：

- (1) 塔高指的是從燈塔底部算起到燈塔頂端的高度。
- (2) 燈高指的是從海平面算起到燈火中心的高度。
- (3) 燈高是從海平面算起，高雄燈塔建於旗後山上，所以燈高比塔高高很多。

◆教師：請問光程指的是什麼？1浬有多長？

◆學生可能的說法如下：

光程指的是燈塔照射的遠距離，通常以浬作為單位。

1浬=1.852公里，1公里=0.53996浬。

◆教師：請問台灣有幾座燈塔？

◆學生可能的說法如下：

- (1) 根據台灣地區燈塔巡禮資料，台灣有34座燈塔。  
<http://wsht.kuas.edu.tw/sundayasp2/g4/tower.html>
- (2) 根據高雄市海洋探索館資料，台灣有34座燈塔。  
<http://www.mome.org.tw/>
- (3) 根據台灣的燈塔巡禮資料，台灣有36座燈塔。  
<http://gemvg.com/archives/136>
- (4) 根據台灣燈塔的歷史資料，台灣有37座燈塔。

<http://www.bv.idv.tw/ARLHT/list.htm>

(5) 根據海關燈塔資料，台灣有 36 座燈塔。

<http://web.customs.gov.tw/ct.asp?xItem=20095&CtNode=6021>

◆教師：不同的網站對台灣燈塔數量統計各有不同，你的看法如何？

◆學生可能的說法如下：

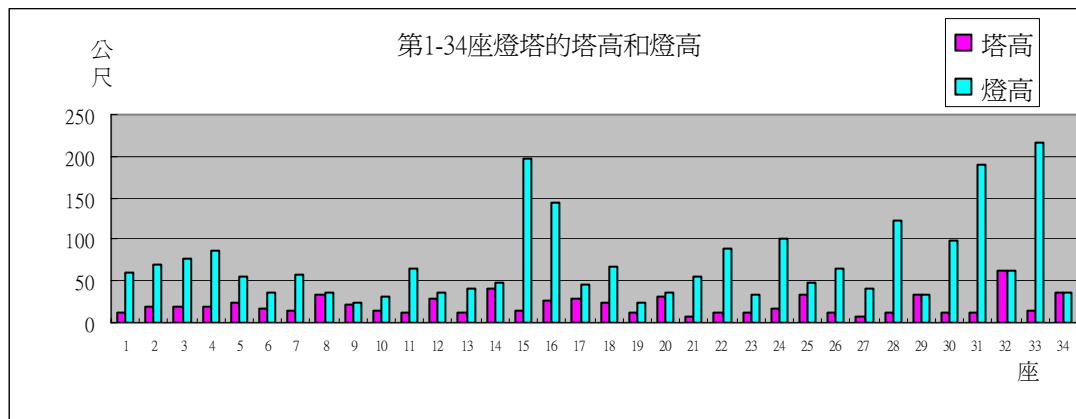
有的只要有燈塔名字，即使沒有燈塔的照片與相關資料，也列入計算；有的將防波堤燈杆也列入燈塔計算，因此彼此間燈塔數量才會相差一到三個。

【第一節結束】

暖身活動：高雄市海洋探索館所歸納的 34 座台灣燈塔如下：

1 漁翁島燈塔	10 富貴角燈塔	19 查母嶼燈塔	28 球子山燈塔
2 東椀島燈塔	11 鼻頭角燈塔	20 塭港堆燈塔	29 國聖港燈塔
3 東莒島燈塔	12 白沙岬燈塔	21 蘇澳燈塔	30 野柳燈塔
4 烏坵嶼燈塔	13 基隆燈塔	22 琉球嶼燈塔	31 基隆嶼燈塔
5 鵝鑾鼻燈塔	14 目斗嶼燈塔	23 奇萊鼻燈塔	32 台中港燈塔
6 北椀島燈塔	15 東引島燈塔	24 三貂角燈塔	33 蘭嶼燈塔
7 高雄燈塔	16 彭佳嶼燈塔	25 綠島燈塔	34 芳苑燈塔
8 淡水港燈塔	17 花蓮港燈塔	26 花嶼燈塔	
9 安平燈塔	18 東吉嶼燈塔	27 七美嶼燈塔	

◆教師：下圖是根據上述 34 座台灣燈塔的塔高和燈高製作的長條圖，請問你從長條圖看到哪些資訊？



台灣燈塔的塔高和燈高長條圖

◆學生可能的說法如下：

(1) 發現大多數燈高比塔高還要高，只有第 32 座台中港燈塔和第 34 座台芳苑燈塔的燈高比塔高低。

(2) 燈高比塔高高出 100 公尺的有：第 15 座東引島燈塔、第 16 座彭佳嶼燈塔、第 27 座七美嶼燈塔、第 31 座基隆嶼燈塔、第 33 座蘭嶼燈塔。

(3) 燈高和塔高同時低於 50 公尺的有 15 座。

◎任務二說明：本任務是將台灣燈塔資料分類，製作成長條圖。

◎任務二完成後之討論：學生分組完成任務二之後，師生針對任務二進行討論。

◆教師：請問各組如何分工完成長條圖之製作？

◆學生可能的說法如下：

(1) 要將台灣 34 座燈塔資料製作成長條圖，要先考慮如果分類，經過討論，可以根據地區、建材、造型、塔高、燈高和光程分類。

(2) 決定地區、建材、造型、塔高、燈高和光程六個主題後，以一組作一個主題為原則，自由選擇主題，若有重複，則猜拳決定。

◆教師：請各組報告製作長條圖之過程和統計結果。

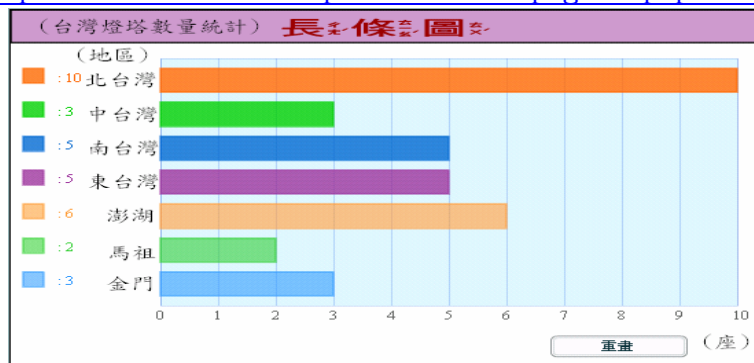
◆學生可能的說法如下

(1) 我們選擇的是根據地區分類，首先討論如何分類，最後決定分為北臺灣、中臺灣、南臺灣、東臺灣、澎湖、馬祖、金門七類。統計如下：

台灣燈塔分區數量統計表

地區	北臺灣	中臺灣	南臺灣	東臺灣	澎湖	馬祖	金門
數量	10	3	5	5	6	2	3

<http://163.21.193.5/asp/search/loadpage.asp?pid=5155>



台灣燈塔分區數量統計圖

(2) 我們選擇的是根據建材分類，首先討論如何分類，最後決定分為鋼筋混凝土、磚砌、鐵架、鑄鐵、石造五類。統計如下：

台灣燈塔建材統計表

建材	鋼筋混凝土	石造	鑄鐵	磚砌	鐵架
數量	16	2	3	8	5

<http://163.21.193.5/asp/search/loadpage.asp?pid=6367>



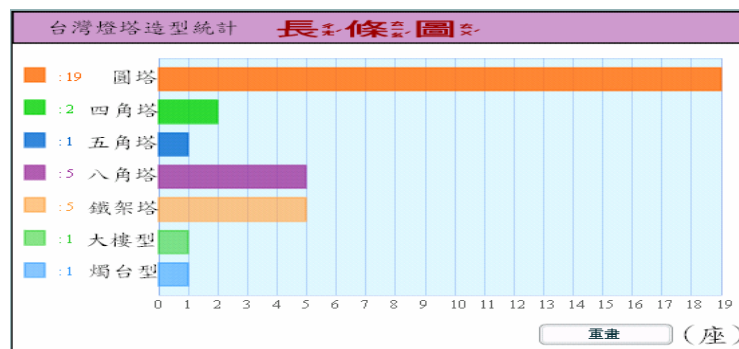
台灣燈塔建材統計圖

(3) 我們選擇的是根據造型分類，首先討論如何分類，最後決定分為圓塔、四角塔、五角塔、八角塔、鐵架燈塔、大樓燈塔、蠟台型燈塔七類。統計如下：

台灣燈塔造型統計表

造型	圓塔	四角塔	五角塔	八角塔	鐵架燈塔	大樓燈塔	蠟台燈塔
數量	19	2	1	5	5	1	1

<http://163.21.193.5/asp/search/loadpage.asp?pid=6368>



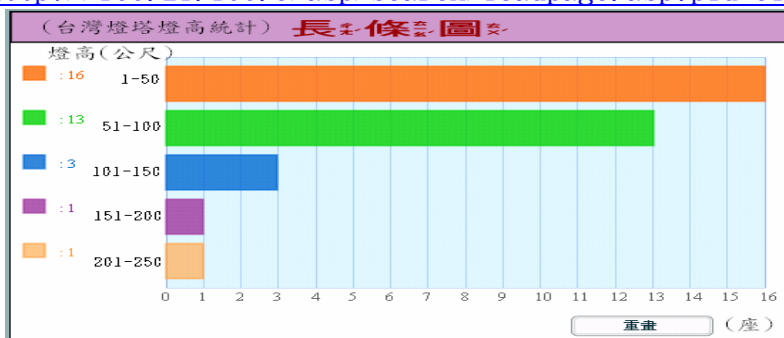
台灣燈塔造型統計圖

(4) 我們選擇的是根據燈高分類，首先討論如何分類，燈高最大數值是 216 公尺、最小數值是 22 公尺，最後決定座標間隔以 50 為間距，分為 1-50、51-100、101-150、151-200、201-250 五類。統計如下：

台灣燈塔燈高統計表 (單位:公尺)

燈高	1-50	51-100	101-150	151-200	201-250
數量	16	13	3	1	1

<http://163.21.193.5/asp/search/loadpage.asp?pid=5157>



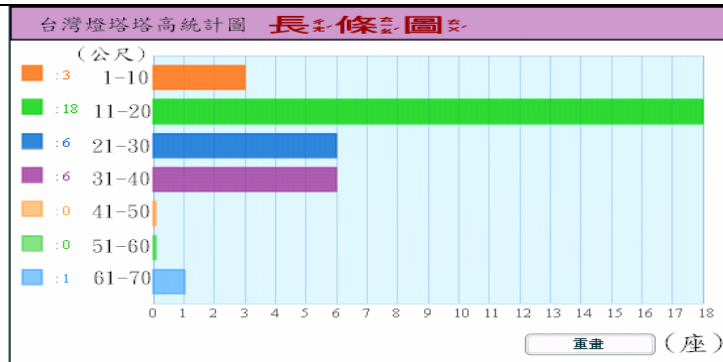
台灣燈塔燈高統計圖

(5) 我們選擇的是根據塔高分類，首先討論如何分類，塔高最大數值是 63 公尺、最小數值是 8 公尺，最後決定座標間隔以 10 為間距，分為 1-10、11-20、21-30、31-40、41-50、51-60、61-70 七類。統計如下：

台灣燈塔塔高統計表 (單位:公尺)

塔高	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70
數量	3	18	6	6	0	0	1

<http://163.21.193.5/asp/search/loadpage.asp?pid=6370>



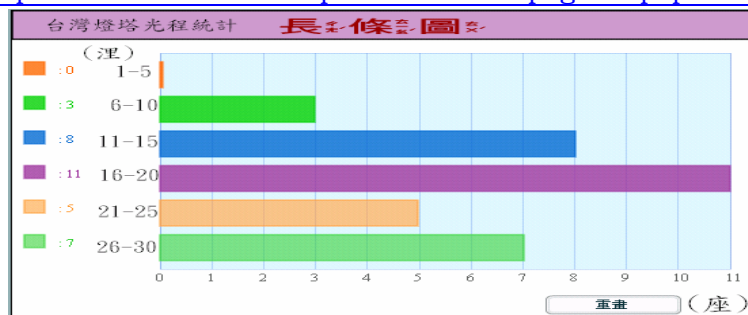
台灣燈塔塔高統計圖

(6) 我們選擇的是根據光程分類，首先討論如何分類，光程最大數值是 27 哩、最小數值是 9 哩，最後決定座標間隔以 5 為間距，分為 1-5、6-10、11-15、16-20、21-25、26-30 六類。統計如下：

台灣燈塔光程統計表 (單位:哩)

光程	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30
數量	0	3	8	11	5	7

<http://163.21.193.5/asp/search/loadpage.asp?pid=6369>



台灣燈塔光程統計圖

【第二節結束】

◎任務三說明：本任務是將台灣燈塔興建時間分布情形製作成折線圖。

◎任務三完成後之討論：學生分組完成任務三之後，師生針對任務三進行討論。

◆教師：請各組報告製作折線圖的過程和結果。

◆學生可能的說法如下：

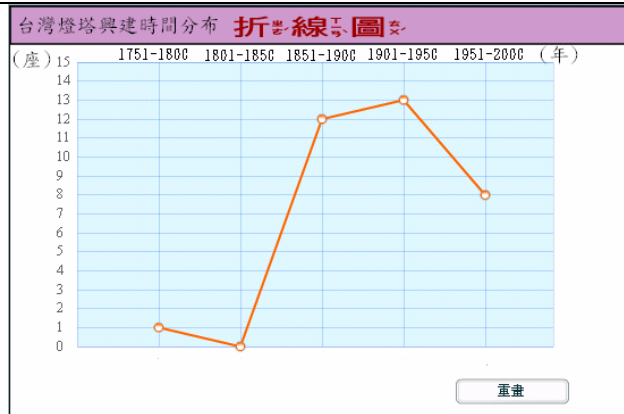
(1) 首先討論如何決定座標間隔，由於興建時間最大數值是 1983、最小數值是 1778，最後決定座標間隔以 50 為間距，分為五項。結果如下：

台灣燈塔興建時間分布統計表

興建時間	1751-1800	1801-1850	1851-1900	1901-1950	1951-2000
數量	1	0	12	13	8

<http://163.21.193.5/asp/search/loadpage.asp?pid=6373>





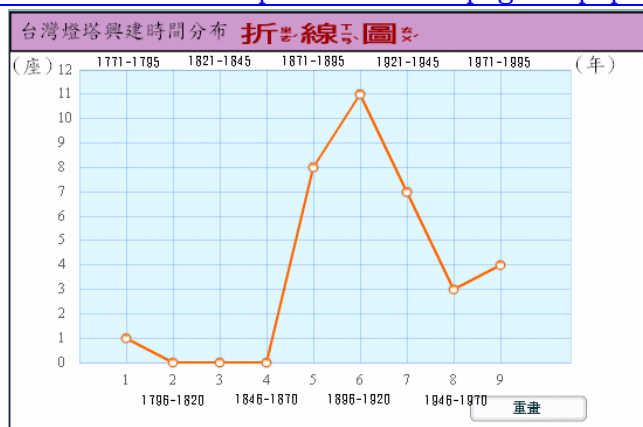
台灣燈塔興建時間分布統計圖

(2) 首先討論如何決定座標間隔，最後決定以 1895 日據為分隔點，座標間隔可以 25 為間距來分類，分為九項。結果如下：

台灣燈塔興建時間分布統計表

興建時間	1771-1795	1796-1820	1821-1845	1846-1870	1871-1895	1896-1920	1921-1945	1946-1970	1971-1995
數量	1	0	0	0	8	11	7	3	4

<http://163.21.193.5/asp/search/loadpage.asp?pid=6372>



台灣燈塔興建時間分布統計圖

◆教師：請說說看，從折線圖和統計表中看到的資訊。

◆學生可能的說法如下：

- (1) 發現 1851-1950 這 100 年期間，每 50 年建造的燈塔差不多。
- (2) 1895 台灣割讓給日本，1896-1945 這五十年，建造的燈塔有 18 座，占台灣燈塔的一半以上，這 50 年期間建造的燈塔最多。
- (3) 台灣割讓給日本的五十年之間，前 25 年建造的燈塔有 11 座，約占台灣燈塔的三分之一，如果說這 25 年期間建造的燈塔最多，應該更為準確。
- (4) 用數學的話來說，台灣割讓給日本期間，前 25 年建造的燈塔有 11 座，約占台灣燈塔的三分之一，後 25 年建造的燈塔有 7 座，約占台灣燈塔的五分之一。

【第三節結束】

◎**任務四說明**：本任務是製作燈塔模型，進一步了解燈塔結構。

◎**任務四完成後之討論**：學生分組完成任務四之後，師生針對任務四進行討論。

◆**教師**：請將作品展示出來，相互欣賞，並報告心得。

◆**學生可能的說法如下**：

- (1) 先仔細看說明書，就能做得又快又好。
- (2) 燈塔模型零件很小，要很細心製作完，要花很多時間。
- (3) 製作完成燈塔模型，塗上顏色，很漂亮。



【第四節結束】

◎**任務五說明**：本任務是上網查詢世界燈塔資料，分別選出最喜歡的台灣燈塔和外國燈塔各一座，欣賞燈塔之美，並完成曼陀羅思考圖。

◎**任務五完成後之討論**：學生分組完成任務五之後，師生針對任務五進行討論。

When 興建時間	Where 位置	What 塔高
Why 喜歡理由	燈塔名稱	What 燈高
What 特色	What 建材	What 光程

◆**教師**：請將曼陀羅思考圖展示出來，上台報告及討論。

◆**學生上台分享報告及討論**。

【第五節結束】

## 肆、教學評量

本活動之評量以群組評量為主，重點是期望學生能將學習歷程資料做有系統的整理在。時間安排為三節課，學生四人一組，利用兩節課的時間製作學習檔案，第三節課則由學生分組上台報告、相互提問討論及互評。教師則根據如下之小組評量表逐項評分。

## 數學小達人 PBL 專題式學習《海上明燈－燈塔的探索》

### 小組評量表

年 班 組別： 組員：

評量項目	評量標準				評量備註
	超級 優秀	表現 良好	符合 要求	有待 加強	
	10分	8分	6分	4分	
<b>執行任務之表現</b>					
任務一：上網查詢台灣燈塔資料，了解燈高、塔高和光程的意義。					
任務二：將台灣燈塔資料分類，製作長條圖。					
任務三：將台灣燈塔興建時間分布情形製作折線圖。					
任務四：製作燈塔模型，進一步了解燈塔結構。					
任務五：上網查詢世界燈塔資料，欣賞燈塔之美，並完成曼陀羅思考圖。					
<b>團隊互動之表現</b>					
小組分工合作情形					
小組間之互動與討論情形					
小組歷程學習表現					
<b>成果及分享之表現</b>					
曼陀羅思考圖之內容品質					
上台報告分享之表現					
總分					

※ 對於該組學生的評量若有需補充的部份，可將評語填寫在評量備註上。

## 伍、教學省思

### (一) 活動省思

本專題式學習活動《海上明燈—燈塔的探索》目的是引導學生從不同的角度探索燈塔。學生除了認識台灣燈塔，了解燈高、塔高和光程的意義，也透過製作統計圖表、曼陀羅思考圖針對燈塔作個深度的探索。

任務一：首先透過高雄燈塔的介紹，顛覆孩子原本以為塔高一定比燈高的迷思，並引發他們對於燈塔的興趣，學生對於 1 哩有多長；塔高、燈高和光程指的是什麼等問題，深感興趣，也都能主動上網找尋答案。最令他們迷惑的是台灣到底有幾座燈塔，學生發現有的網站將防波堤燈杆也列入燈塔計算，因此不同網站彼此間燈塔數量才會差異達一到三個。

任務二：學生對於資料分類的方法及長條圖之座標間隔要如何決定，討論非常熱烈，最後討論出六種項目，分別為：建材、燈高、塔高、光程、地區、建造時間、燈塔的造型，每一組認領一個項目繪製長條圖。

任務三：繪製折線圖時，座標間隔如何決定，有的組別以滿清統治、日治與台灣光復的時間來區分；有的組別以 18 世紀、19 世紀、20 世紀來區分；有的組別則以 50 年為間隔。當學生將製作完成的折線圖時，有學生指出在日本統治時，台灣的燈塔建造數量最多。

任務四：每位小朋友都製作屬於自己的燈塔並塗上顏色，那才發現，他們實在是太厲害了，因為這燈塔老師可是花了許多時間才組裝成功，而他們居然做得這麼快速且美觀。孩子的潛力真是無限啊！

任務五：學生上網查詢世界燈塔資料，分別選出最喜歡的台灣燈塔和外國燈塔各一座，學生對燈塔的認識由台灣延伸到其他不同國家，也發現不同的燈塔外觀的美感差異很大。

### (二) 實施建議

本專題原來計畫讓學生分組選擇一個燈塔相關的主題，如：台灣燈塔—八角塔之探討、台灣燈塔—鐵架燈塔之探討、日本燈塔介紹等，進行資料蒐集，製作 PPT 簡報檔或電子書，上台報告及討論，由於時間不足而作罷，甚為可惜。若是時間許可，建議老師鼓勵學生選擇感興趣的燈塔相關主題，做進一步之探討。

## 參考資料

計惠卿 (2005)。PBL 專題導向式學習。民 98 年 3 月 5 日，取自：

<http://www.nhcue.edu.tw/~jih/epbl.htm>