

數學小達人 PBL/專題式學習

《揭開 2009 世運合球的面紗》

高雄市博愛國小 洪雪芬 陳秉筠 李書欣

壹、前言

PBL/專題式學習 (Project- Based Learning, 簡稱 PBL) 的重要組成元素是問題、產出、學習者和教師四者，強調學習始於真實問題、學習表現以產出來衡量、學習者是學習主導者、教師是學習促進者。PBL 強調教師安排真實有意義的任務或問題，交由學習者去達成或解決，學習者必須針對問題完成一個或一系列的作品；學習過程中，學習者要主動與同儕一起探索問題，完成任務；擔任學習促進者角色的教師則要適時提供學習資源的引導，但不直接傳遞知識 (計惠卿, 2005)。面對 PBL/專題式學習此一教育新思潮，如何引導學生進行 PBL/專題式學習是大家關注的問題。

芬蘭國家教育董事會常務董事 *Kirsi Lindroos* 在 2005 年 3 月舉行的「國際 PISA 研討會」上指出，「知識經濟」與「全球化」改變了世界，也給教育製造了四個艱巨的挑戰，其中第一個挑戰，就是如何增進學生「學習如何學習」的技能，學會如何學習 (learn how to learn) 已比學會事實 (learn to know) 更為重要。的確，面對資訊快速成長的 21 世紀，如何培養學生處理資訊、辨識資訊與應用資訊的能力，是我們迫切需要解決的問題。

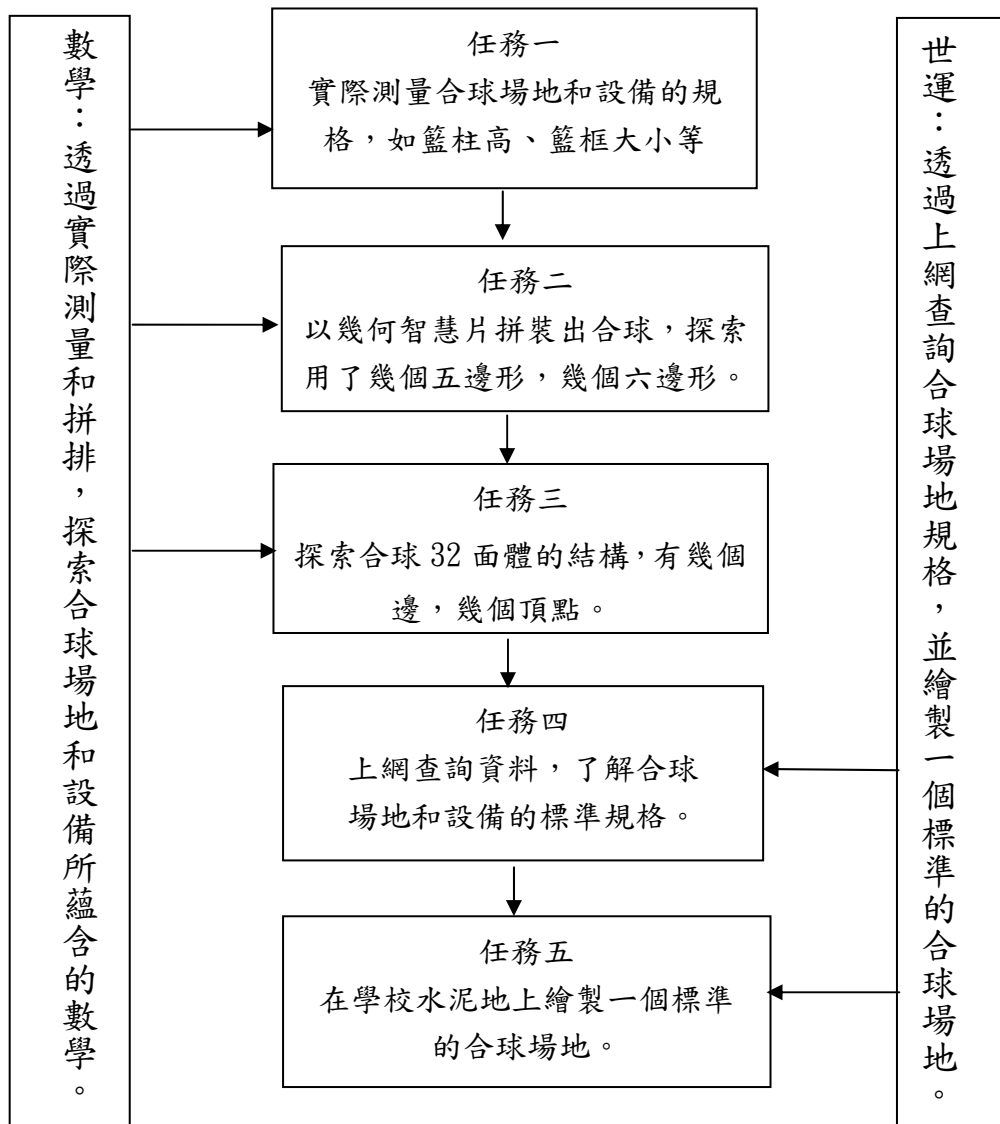
2009 世運會即將在高雄舉辦，在世運各項活動中的合球是小學生滿適合玩的運動，本校認養的項目是合球，曾在校內舉辦合球之投球接力比賽，學生學習興致很高。由於合球的外觀結構是 32 面體，即阿基米得多面體的一種。因此，如何引導學生探索合球中所蘊含的數學內涵，體驗原來球類中也有數學，是我們感興趣的問題。

基於上述問題，乃設計此一數學小達人 PBL 專題式學習活動《揭開 2009 世運合球的面紗》，引導學生進行專題式的學習，期望透過數學 PBL/專題式學習，突破學生舊有的學習習慣，引導學生學會觀察、探索、推理、發表、討論、合作，增進學生處理資訊、辨識資訊與應用資訊的能力。

貳、教學設計架構

本活動「揭開 2009 世運合球的面紗」為數學 PBL/專題式學習系列活動之二。活動分為五個任務來進行。任務一：實際測量合球場地和設備的規格，如籃柱高、籃框大小等。任務二：以幾何智慧片拼裝出合球，探索用了幾個五邊形，幾個六邊形。任務三：探索合球 32 面體的結構，有幾個邊，幾個頂點。任務四：上網查詢資料，了解合球場地和設備的標準規格。任務五：在學校水泥地上繪製一個標準的合球場地。教學設計架構如下圖：

數學小達人 PBL/專題式學習－揭開 2009 世運合球的面紗



圖一 「數學小達人 PBL/專題式學習－揭開 2009 世運合球的面紗」設計架構

以下則針對本教學活動的教學目標、教學對象、教學時間、學生先備知識、評量與檔案製作等說明如下：

一、教學目標

92 年公佈的國民中小學九年一貫數學學習領域課程綱要中，和本教學活動相配合的力指標分年細目是 6-s-1 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題，本教學活動的目標是引導探索合球中所蘊含的數學內涵，進而繪製一個標準的合球場地，以解決本校沒有標準合球場地的問題。分述如下：

- (一) 能透過實際測量，探索合球場地和設備所蘊含的數學。
- (二) 能以幾何智慧片拼裝出合球，探索一共用了幾個五邊形，幾個六邊形。
- (三) 探索合球 32 面體的結構，有幾個邊，幾個頂點。
- (四) 能透過上網查詢資料，探索合球場地和設備的標準規格。
- (五) 能在學校水泥地上繪製一個標準的合球場地。

二、教學對象：國小六年級學生。

三、教學時間：六節課 240 分鐘。

四、學生先備知識：學生學過長方體、正方體、柱體和錐體的結構。

五、評量與檔案製作：三節課 120 分鐘。

參、專題式學習活動

活動內容說明

◎**任務一說明**：今天我們要來探索合球場地和設備所蘊含的數學。請大家思考一下可以探索些項目？並透過實際測量方式，探索合球場地和設備所蘊含的數學。

◎**任務一完成後之討論**：學生分組完成任務一之後，師生針對任務一進行討論。



◆老師：請問大家探索了哪些項目？

◆學生可能的說法：

- (1)探索籃柱的直徑和高度。
- (2)探索球籃的直徑和高度。
- (3)探索合球的直徑。

實際測量籃柱的直徑	實際測量球籃的直徑
	

◆老師：籃柱的高度有多高，請說出你們的解題策略

◆學生可能的說法：

- (1) 彥承的身高是160公分，籃柱的高度約是彥承的身高的兩倍，所以籃柱的高度約320公分。
- (2) 我們把三把直尺綁在一起是280公分，舉起尺讓尺碰到籃柱的頂端，再量底部剩下15公分，所以籃柱的高度約295公分。
- (3) 我們把籃柱平放，用尺量出高度約300公分。

◆老師：籃柱的直徑為何，請說出你們的解題策略。

◆學生可能的說法：

- (1) 我們先量出圓周，再除以3.14，籃柱的直徑約6公分。
- (2) 我們用兩本書夾著籃柱，再用直尺量出籃柱的直徑約6公分。

◆老師：球籃的直徑為何，高度是多少？請說出你們的解題策略。

◆學生可能的說法：

- (1) 我們先量出圓周，除以3.14，算出球籃直徑為40公分；我們用直尺量出高為25公分。

(2) 我們用兩本書夾著球籃，再用直尺量出球籃直徑 40 公分；我們用直尺量出高 25 公分。

◆老師：合球的直徑為何，請說出你們的解題策略。

◆學生可能的說法：

(1) 我們先量出圓周，再除以 3.14，合球的直徑約 22 公分。

(2) 我們用兩本書夾著籃柱，再用直尺量出合球的直徑約 21 公分。

【第一節結束】

◎任務二說明：請用幾何智慧片拼裝合球，探索用了幾個五邊形，幾個六邊形。

◎任務二完成後之討論：學生分組完成任務二之後，師生針對任務二進行討論。

認真拼裝合球，快完成了！



◆老師提問：請觀察拼排好的合球，一共用了幾個五邊形？

◆學生可能的說法：

(1) 綠色放在最上面， $1+5+5+1=12$ ，有 12 個。

(2) 綠色放在最上面，因為對稱所以是 $(1+5) \times 2=12$ ，有 12 個。

(3) 紅色放在最上面， $3+6+3=12$ ，有 12 個。

◆老師提問：請觀察拼排好的合球，一共用了幾個六邊形？

◆學生可能的說法：

(1) 綠色放在最上面， $5+10+5=20$ ，有 20 個。

(2) 紅色放在最上面， $1+3+6+6+3+1=20$ ，有 20 個。

(3) 紅色放在最上面，因為對稱所以是 $(1+3+6) \times 2=20$ ，有 20 個。

◆老師提問：請觀察拼排好的合球，一共用有幾個面？

◆當學生說出 32 個面之後，老師可介紹「32 面體」之名稱。

◆老師提問：合球有 32 個面，其中正五邊形與正六邊形面數的比為何？

◆學生可能的說法：

我們已知正五邊形有 12 個，正六邊形有 20 個，所以，正五邊形與正六邊形面數的比為 3：5。

◆老師提問：如果只能看到合球的一部分，如何推算出正五邊形與正六邊形面數的比為 3：5？

◆學生可能的說法：

我們看到每一個正五邊形連接著 5 個正六邊形，每一個正六邊形連接著 3 個正五邊形，所以可以推算出正五邊形與正六邊形面數的比為 3：5。

【第二節結束】

◎任務三說明：請探索合球—32 面體的結構，有幾個邊，幾個頂點。

◎任務三完成後之討論：學生分組完成任務三之後，師生針對任務三進行討論。



◆老師提問：合球—32 面體的結構，有幾個邊，你怎麼知道的？

◆學生可能的說法：

(1) $5 \times 12 = 60$ ， $3 \times 20 \div 2 = 30$ ， $30 + 60 = 90$

將五邊形獨立出來，五邊形有 12 個，就有 60 個邊，其他 20 個六邊形均剩下 3 個邊，也就是有 60 個邊，兩個邊重複，算一個邊，所以有 30 個邊， $60 + 30$ 有 90 個邊。

(2) $5 \times 12 + 6 \times 20 = 180$ ， $180 \div 2 = 90$ ，12 個五邊形有 60 個邊，20 個六邊

形有 120 個邊，兩個邊重複，算一個邊，所以 180 要除以 2，有 90 個邊。

◆老師提問：合球—32 面體的結構，有幾個頂點，你怎麼知道的？

◆學生可能的說法：

(1) 只要算綠色的五邊形就可以了， $5 \times 12 = 60$ ，有 60 個頂點。

(2) $5 \times 12 + 6 \times 20 = 180$ ， $180 \div 3 = 60$ ，12 個五邊形有 60 個頂點，20 個六邊形有 120 個頂點，每三個頂點重複成一個頂點，所以 180 要除以 3，有 60 個頂點。

【第三節結束】

◎任務四說明：請上網查詢有關正式合球場地的大小、籃柱的高度、籃柱的直徑、籃柱與端線的距離和球籃大小等資料。

◎任務四完成後之討論：學生分組完成任務四之後，師生針對任務四進行討論。



◆老師：請說說上網查詢資料的結果為何？

◆學生上網查詢資料，可能的答案：

(1) 合球比賽場地的大小為40公尺 x 20公尺。比賽場地由一與端線平行的場內分界線分成為兩個相等的場區。上空的開放高度最好是9公尺，但至少必須7公尺。

(2) 籃柱的高度是3.5公尺，也可以使球籃距離地面的高度小於3.5公尺，以適用於年齡較小的球員。籃柱為圓形的，可用：直徑5公分至8公分的堅硬木料，或外徑4.5公分至8公分的金屬管、或合成材料製作。

(3) 籃柱分別位於球場兩區的中央縱軸線上，與端線的距離等於球場邊線的1/6。

(4) 球籃為無底之圓筒形，籃筐高25公分，內徑39至41公分。籃筐的上、下緣寬2公分至3公分。球籃為籐條細枝編成，大小與顏色必須一致。

◆老師：透過測量和上網查詢資料兩種方式找答案，有什麼心得？

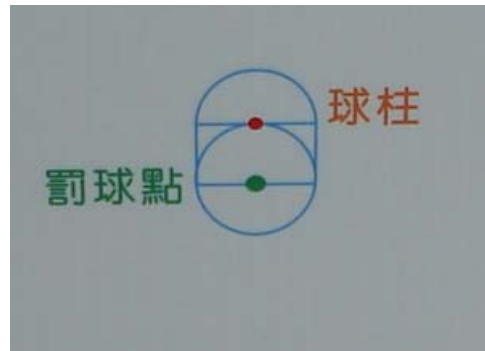
◆學生可能的說法：

- (1) 實際測量找出答案，感覺很真實。
- (2) 上網查詢找到的資料，比較豐富。
- (3) 實際測量後再上網找資料驗證，印象更深刻。
- (4) 實際測量的結果和上網查詢的資料很接近，感覺很棒。

【第四節結束】

◎**任務五說明**：學校沒有標準的合球場地，本任務是要在學校水泥地上繪製一個標準的合球場地。請先討論、分工後，再繪製。

◎**任務五完成後之討論**：學生分組完成任務五之後，師生針對任務五進行討論。



◆老師：說說看大家如何完成繪製標準合球場地的任務。

◆學生可能的說法：合球比賽場地的大小為 40 公尺 x 20 公尺，比賽場地分成為兩個相等的場區，我們將全班分成兩大組，一組畫左邊場地，一組畫右邊場地。

◆老師：標準合球場地的面積是多少公畝？罰球點周圍區域的面積有多大？

◆學生可能的說法：

- (1) 合球比賽場地的大小為 $40 \text{ 公尺} \times 20 \text{ 公尺} = 800 \text{ 平方公尺} = 8 \text{ 公畝}$ 。
- (2) 合球比賽場地分為兩區，每邊的大小為 $20 \text{ 公尺} \times 20 \text{ 公尺} = 400 \text{ 平方公尺} = 4 \text{ 公畝}$ 。
- (3) 罰球點周圍區域可以看成兩個半圓形和一個長方形，面積為 $2.5 \times 2.5 \times 3.14 + 2.5 \times 5 = 19.625 + 12.5 = 32.125 \text{ 平方公尺}$ 。

◆老師：請說說你們合作畫一個標準合球場地的心得。

◆學生可能的說法：

- (1) 沒想到要畫這麼久，有點累。
- (2) 看到全班繪製的合球場地，很有成就感。
- (3) 分工合作很重要。

(4) 我們畫得很辛苦，可是用粉筆畫，很快就會掉色，希望學校能用油漆劃線，如此就不怕掉色了。

合球場太大了，先將球場外框畫出來。



繪製數學味十足的罰球區



球場繪製完成，搬來合球柱，盡情打場球吧！



【第五、六節結束】

肆、學習評量

本活動之評量以學習檔案製作與群組評量為主，學生四人一組，利用兩節課的時間，將學習歷程資料做有系統的整理，第三節課則由學生分組上台報告、相互提問討論及互評。教師則根據如下之小組評量表逐項評分。

數學小達人 PBL/專題式學習《揭開 2009 世運合球的面紗》

小組評量表

6 年 班 組別： 組員：

評量項目	評量標準				評量備註
	超級 優秀	表現 良好	符合 要求	有待 加強	
	10 分	8 分	6 分	4 分	
執行任務之表現					
任務一：實際測量合球場地和設備的規格，如籃柱高、籃框大小等。					
任務二：以幾何智慧片拼排出合球，探索用了幾個五邊形，幾個六邊形。					
任務三：探索合球 32 面體的結構，有幾個邊，幾個頂點。					
任務四：上網查詢資料，了解合球場地和設備的標準規格。					
任務五：在學校水泥地上繪製一個標準的合球場地。					
團隊互動之表現					
小組分工合作情形					
小組間之互動與討論情形					
小組歷程學習表現					
成果及分享之表現					
學習檔案之內容與品質					
成果報告之口頭報告表現					
總分					

※ 對於該組學生的評量若有需補充的部份，可將評語填寫在評量備註上。

伍、教學省思

(一) 活動省思

本活動設計的目的在於觸發學生的觀察力、探索力及數學推理與表徵能力，整個活動下來，發現學生的表現已超過教師原先設定的目標。

任務一：透過實際測量，探索合球場地中所蘊含的數學活動中，發現學生能夠善用工具解題，解題策略也相當多元。

任務二：在算「幾個面」時，當學生採用將綠色放在最上面， $1+5+5+1=12$ 有12個；將紅色放在最上面， $3+6+3=12$ 有12個時，可以看到學生的觀察力和數學表徵能力，當學生說出綠色放在最上面，因為對稱所以是 $(1+5)\times 2=12$ ，有12個時，可以發現學生真的能善用自己的舊經驗。

任務三：在算「幾個邊」時，由於邊實在太多，有一組學生採用將合球(足球)壓破，數連接棒，有90根，所以有90個邊的方式，雖然不具數學味，卻十足展現孩子的解決問題能力，在經過教師提「你如何確定真的是90根而沒有多算或少算？」，學生信誓旦旦說他們很小心，保證一根也沒掉地上，孩子真的是可愛。在聽過同學的分享之後，這一組的小朋友也能用數學的方式解題。

有一組學生採用將五邊形獨立出來，五邊形有12個，就有60個邊，其他20個六邊形均剩下3個邊，也就是有60個邊，兩個邊重複，算一個邊，所以有30個邊， $60+30$ 有90個邊，算式是 $5\times 12=60$ ， $3\times 20\div 2=30$ ， $30+60=90$ ，這種解題方式是有真正觀察合球結構，才可能提出的策略。

當有一組提出12個五邊形有60個邊，20個六邊形有120個邊，兩個邊重複，算一個邊，所以180要除以2，有90個邊，算式是 $5\times 12+6\times 20=180$ ， $180\div 2=90$ ，有部份學生一下子反應不過來，經過一番解釋溝通之後，學生幾乎都能理解這種解題方式，也覺得這種方式蠻方便的。

在算「幾個頂點」時，由於有先前算幾個邊的經驗，因此，多數採用12個五邊形有60個頂點，20個六邊形有120個頂點，每三個頂點重複成一個頂點，所以180要除以3，有60個頂點，算式是 $5\times 12+6\times 20=180$ ， $180\div 3=60$ 的作法，令人驚豔的是有一組提出只要算綠色的五邊形就可以了， $5\times 12=60$ ，有60個頂點，經過觀察，的綠色的五邊形的頂點已囊括所有的頂點，此時，除了讚美學生的觀察力，心中也暗自雀躍不已。

任務四：透過上網查詢資料方式，學生的學習心得是「實際測量後再上網找資料驗證，印象更深刻」，「看到實際測量的結果和上網查詢的資料很接近時，感覺很有成就感」。

任務五：學生已知合球比賽場地的尺寸為 40 公尺 x 20 公尺，比賽場地由一與端線平行的場內分界線分為兩個相等的場區。於是將學生分成兩大組，一組畫左邊場地，一組畫右邊場地，雖然畫很久才完成，但是當師生一起欣賞全班繪製的合球場地，真的很有成就感。倒是學生的建議很有道理，「我們畫得很辛苦，可是用粉筆繪製，很快就會脫落，希望學校能用油漆劃線，如此就不怕掉色了。」只是礙於學校場地之規劃，目前還是沒有用油漆劃線，有點可惜。

(二) 實施建議

1. 雖然 32 面體不在國小課程範疇，然而合球卻是學生生活中常見的，以數學步道的觀點來看，教師可選擇本專題的任務一、四、五來教學，以幾何結構的觀點，教師可選擇本專題的任務二、三來教學，總之，讓學生體驗原來球類中也有數學，是一件有趣的事。

2. 以 DST(Digital Story Telling)數位敘事方式來介紹 PBL 專題式學習，可以讓設計理念和實施成果快速展現，值得推廣。

(請參閱 DST 影片 <http://ds.k12.edu.tw/1000317572/合球第一版.ok.wmv>)

參考資料

教育部 (2003)。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台北市：教育部。

國際合球總會規則委員會 (2001)。國際合球規則。

計惠卿 (2005)。PBL 專題導向式學習。民 98 年 3 月 5 日，取自：

<http://www.nhcue.edu.tw/~jih/epbl.htm>