局長序

「精進教學」是教育部近幾年推動教育改革的重點,本市國民教育輔 導團數學領域能夠進行整體性的規劃,強調「資源整合、專業實踐、重質 不重量」,並將輔導工作聚焦在精進教師課堂教學能力、傳遞教育政策與 新知,及推展創新教學之發展目標上,相信在政策的配合、行政的支援以 及教師本身的努力之下,教師之專業發展是可以預見的。

本市國民教育輔導團數學領域在精進教師課堂教學能力方面之具體 作法是成立領航教師工作坊,培訓本市優秀教師,研發「教學理論、學習 理論、繪本、資訊科技、教具或創意點子和教學活動做強力的結合」之教 學示例,並出版「高雄市政府教育局國民教育輔導團數學領域教學示例系 列叢書」,提供各校數學教師教學之參考。

感謝國立屏東教育大學劉教授曼麗、林教授燈茂在教學設計上的指導;感謝九年一貫課程與教學輔導群召集人鍾教授靜提供跨縣市輔導員互動機會與教學設計指導;更感謝國教輔導團伙伴們多年來的努力。期望本教學示例系列叢書的推出,能帶動教師實際體驗將教學理論落實到教學實務的歷程,也期望教師能以較為宏觀的角度關心課程的發展和教育思潮的演變,為教學生涯注入無限活水。

局長 美国

97.10.06

目 錄

壹	`	前言		 •	•••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	1
貳	`	教案	内容…	 •	••••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	2
參	`	教學	省思…	 •	••••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	9
肆	`	參考	文獻…	 •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • • • • • • • •	10

「破鏡重圓」的珍珠玉盤

《故事情境融入假分數與帶分數的互化》

林美如 高雄縣水寮國小教師

阮正誼 高雄縣梓官國小教師

壹、前言

如果你問小朋友有沒有聽過「哈利波特」或者是「魔戒」的故事,一定有絕大部分的小朋友會向你回答說:「有!」,甚至會向你說:「他們非常喜歡看這些故事」,從這些故事,在全世界造成風靡的現象,可以發現「故事」對小朋友來說是非常有吸引力的;相對的,「數學」這個學科,給一般人的印象是比較「生硬、抽象」,所以學生在學習數學時,總會覺得數學比較難以親近,甚至會覺得數學是無趣的。因此,如果我們能以故事情境融入「數學教學」活動,將可以容易吸引學生的注意,進而引起學生學習的「動機」,尤其如果這個故事本身,富有想像、具有挑戰,能刺激學生的邏輯思考與推理,將更能引發學生主動學習的意願,而本教學活動設計「『破鏡重圓』的珍珠玉盤」的自創故事,希望這個故事能具備這些「吸引學生」的特性,引起學生學習「假分數與帶分數互化」的動機。

在一般的數學教學活動中,通常一個學習單元裡,老師會提供幾個生活情境的布題活動,來說明單元的主題概念,但是這些布題活動彼此間往往沒有連結關係,常是零碎而隨意取材的情境。如果能用一個特定的主題(或故事),將單元中的所有布題串起來,教師可藉著故事的發展,製造學生期待結局的情緒,學生對於這樣的學習將會是充滿好奇的。在情境的發展過程中,安插各種關卡(難題),讓學生破解關卡後,故事才得以進行,這種具有「待解決」的期待心情,是小朋友繼續學習的動力,洪曉菁(2000)的研究指出,利用兒童對故事的喜愛,讓兒童從故事的途徑進入學習的園地,這種策略使兒童更樂在學習,亦可藉此提高兒童學習的成效。

本活動利用切割分數板的操作活動,並察覺單位分數所合成的假分數,活動中是透過累加數個單位分數,使得這些單位分數合成後的分數等於或大於1,則形成分子大於分母的假分數,並進行假分數的說、讀、聽、寫、做。並使用古氏積木,來強調「1」的存在,察覺帶分數和假分數的關係,讓學生在整數與真分數並置的情境下,形成帶分數,並能使用帶分數數詞來描述具體的數量。

貳、教案內容

一、學習領域:數學

二、教學主題:假分數與帶分數的互化

三、教學目標:

- (一)能在離散量的情境中,透過操作活動以真分數來描述單位分數內容物 為多個個物的幾份(分母為30以內)。
- (二)能進行異分母單位分數及同分母真分數的大小比較。
- (三) 能以假分數或帶分數描述具體的量。

四、設計理念:

本教案的教學重點是假分數與帶分數的關聯與互換,分數的學習要將具體操作轉變為抽象的思維,將現實世界中完整的東西切割成分數的型態正是學生的困難所在。一般而言,數學概念可以用具體表徵、圖像表徵和符號表徵三種方式呈現。Lesh, Post, and Behr(1987)提到數學學習和解題有五種表徵。各種問題難易程度不同,所需的表徵系統也不同,學生的數學思考也會不同。這五種表徵分別是:1.真實情境;2.具體操作物;3.圖畫;4.符號;5.語言。Clements&Lean(1987)以具體物、語言和符號三種表徵說明分數概念的認知結構(如圖 1),認為必須把這三種表徵結合在一起,才可謂具有完整的分數概念。

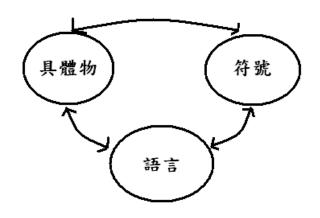


圖 1:分數概念的連結關係(Clement and Lean, 1987)

NCTM (2000)指出,表徵與數學學習有密不可分的關係,是學習上的重要媒介,同時也是個體運思和溝通的重要工具。表徵可支援學生理解數學概念或關係、溝通數學的方法和證明、認識數學概念之間的聯結,並經由模仿把數學應用

於現實問題情境中。學生必須把具體物、語言和符號三種表徵結合在一起,才算是具有完整的分數概念。

另一方面,Suchman(1987)指出,人們的思考活動有三種面向:

- 1. 發生在文化脈絡的思考活動,如:辦公室,工廠。
- 2. 實用的思考活動,重點在解決日常發生的問題。
- 3. 情境化的思考活動,有特定及具體情境。

數學學習不能只有抽象的數學符號遊戲,採用故事融入恰與Suchman提出的情境化思考活動相符,學生在特定的情境下思考,可以擺脫教科書上僵化的佈題,未來在面對生活中各種自然發生的問題時,就能順利回想起在情境中學到的知識,這也就是培養出九年一貫中一直強調的「帶的走的能力」。

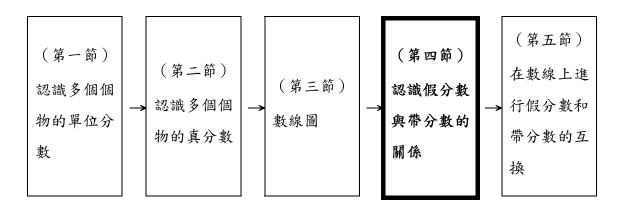
五、教學對象:四上學童

六、教學準備:黑板、計算紙、學習單、古氏積木、情境圖片、圓餅分數板、磁鐵、花片或其他小型個物。

七、能力指標:N-2-6 在具體情境中,能以假分數或帶分數描述具體的量。

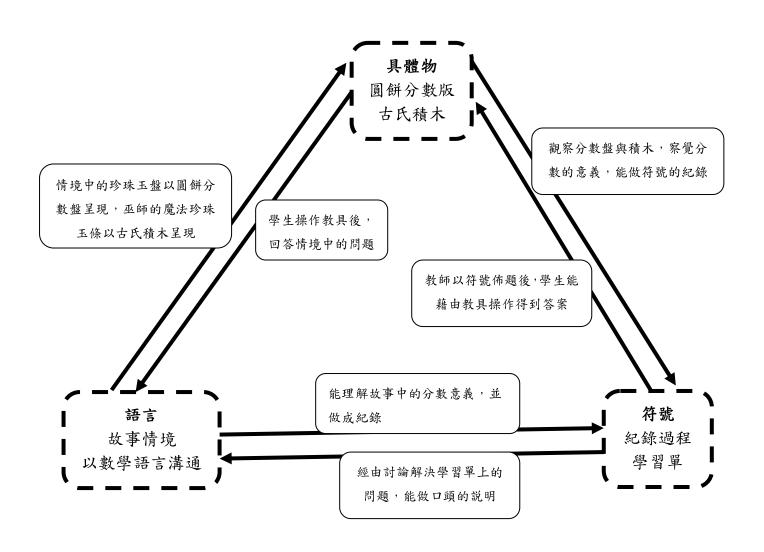
八、教學時間:1節(40分鐘)

九、教材地位:此單元共分5小節,本主題為第四小節。



十、主題架構

本活動教學的設計架構是建基於 Clements & Lean(1987)提出的分數概念學習之認知架構模式,其中以具體物、語言和符號三種表徵(架構圖中以虛線方框表示)來說明假、帶分數互化概念學習的交互關係。架構中的「具體物表徵」是指教學活動中老師與學生為說明或解題需要所使用的教具與學具,在本次教學活動中所指的是老師與學生操作的圓餅分數版以及古氏積木這些教具與學具;「語言表徵」是指教師口述故事情境的內容以及學生與老師互動〈尤其是回答老師提問〉時表達的口語內容;「符號表徵」是指學生對於老師在課堂上黑板上所書寫的授課內容與學習單上的提問,將其解題與討論內容所記錄的文字與符號。表徵間的相互關係是以單向箭頭表示,箭頭旁的方框內容為表徵間的相互關係之說明。



十一、教學流程:

教學活動:假分數與帶分數的互化								
教學領域	數 學	單元名稱	南一版四」	上第十單;	元分數			
主題名稱	「破鏡重圓」的珍珠玉盤	教學時間	6	0 分鐘				
	1、透過操作活動,察覺整數個及分數個數量同時出現時的帶分數。							
教學目標	2、進行帶分數的說、讀、聽、寫、做活動。							
	3、透過操作的活動,察覺假分數和帶分數的相互關係,並進行假分數和帶分數的互換。							
	1、認識單位分數和真分數(分母為 20 以內的數)。							
	2、認識分母大於10的分數序列。							
先備知識	3、分母 20 以內,同分母真分數的合成、分解活動。(和<1)							
·	4、分母20以內,同分母分數的大小比較,並用>、<的符號紀錄。							
	5、認識假分數,並能在數線上紀錄假分數與整數的位置。							
	N-2-6 在具體情境中,能以假分數或帶分數描述具體的量。							
	C-T-1 能把情境中與問題相關的數量形析出。							
能力指標	C-T-2 能把情境中數量形之關係以數學語言表達。							
	C-C-5 能用數學語言呈現解題的過程。							
教學步驟策略說明 時間 備 註								
一、引起動機								
在一個遙遠的地方,有一個國家叫做「珍珠國」,珍珠 5'								
國的特產是「珍珠玉」,是一種像「珍珠」般皎潔明亮的玉; 學生能專心聽								
而珍珠國中有個重要的寶物一兩個圓形的珍珠玉盤,這兩個講								
圆形的珍珠玉盤有著神奇的法力,大家都很好奇:到底珍珠 玉盤的法力為何?而這個珍珠玉盤法力的秘密只有珍珠國的								
玉盤的法刀為何?而這個珍珠玉盤法刀的秘密只有珍珠國的 國王、皇后以及魔法山上的巫師才知道。在珍珠國的皇宮中								

住著幸福的國王、皇后以及他的家人們;國王和皇后有5個小孩,分別是大王子、二王子,三公主和四公主,以及一個最小的王子,其中的兩位公主是雙胞胎。

有一年,珍珠國都沒有下兩,珍珠玉的產量也變的很少, 珍珠國的國王和皇后決定,讓五個孩子帶著珍珠玉盤去遙遠 的魔法山,請求巫師來幫忙。但是國王和皇后又怕小孩帶著 珍貴的珍珠玉盤會引起壞人的覬覦。所以國王和皇后就把每 一個珍珠盤等分成了六片珍珠玉盤碎片(珍珠國的人認為, 「6」是他們的幸運數字),兩個珍珠玉盤總共分成了十二片, 讓王子和公主們分別帶著這些珍珠玉盤碎片去求援。

二、複習舊經驗

要到巫師住的地方—魔法山,必須要翻山越嶺,穿過深林、度過急流,路途暨遙遠又艱苦;為了怕這些珍珠玉盤全被壞人搶走,所以五個人決定要分開走不同的路線,最後在魔法山集合,再把珍珠玉盤碎片組合成完整的兩個珍珠玉盤。

大王子自告奮勇,他說:「我身體強壯!所以我可以帶四片。」

提問一:請問大王子帶了幾分之幾個珍珠玉盤?

二王子說:「我可以帶半個珍珠玉盤。」

提問二:請問二王子帶了幾片珍珠玉盤碎片?

三公主和四公主說:「我們兩個要一起走,各帶兩片, 所以我們可以帶四片。」

提問三:請問三公主和四公主各帶了幾分之幾個珍珠玉盤? 共帶了幾分之幾個珍珠玉盤?

小王子說:「那最後剩下一片,就給我吧。」

提問四:請問小王子帶了幾分之幾個珍珠玉盤?

三、主要活動:

王子和公主們出發了,除了兩個公主結伴一起走之外,⁵ 其他三個王子都走不同的路線。過了幾天,二王子和雙胞胎 公主同時先到達了魔法山。

佈題一:請問二王子和雙胞胎公主這三個人加起來總共有幾 片珍珠玉盤碎片?如果一片是 $\frac{1}{6}$ 個珍珠玉盤,三個人總共有 學生能依照舊經驗回答問題

佈題一、佈題 二:

幾個 1/6?用「分數」怎麼記?也就是三個人加起來總共有幾		察操作物,體 驗假分數和帶
個珍珠玉盤?另外,這些玉盤碎片可不可以合成一個完整的		分數的連結關
珍珠玉盤呢?如果可以組合拼成一個完整的珍珠玉盤,請問		係。
還多了幾個珍珠玉盤?用「分數」怎麼記?最後,可以用另		
外一種說法來表示三個人總共有幾個珍珠玉盤嗎?用「分數」		
怎麼記?		
麻斗 1 1 7 4 五年2 2	5'	
魔法山上的巫師說,一定要完整的兩個珍珠玉盤,才能 施展法力讓珍珠國下雨,所以三個人很著急的等著,很怕其) 0	
他兩個王子遇到危險。又過了幾天,大王子安全的到達了魔		
法山。		
佈題二: 請問加上大王子的四片後,總共有幾片珍珠玉盤碎		
片?總共有幾個 1/6 7 用「分數」怎麼記?也就是四個人加起		
來總共有幾個珍珠玉盤?這些玉盤碎片可不可以合成一個完		
整的珍珠玉盤呢?如此一來,還會多了幾個珍珠玉盤?因此		
除了用 $\frac{11}{6}$ 個珍珠玉盤來代表四個人所攜帶的寶物總數,還可		
以用另外一種說法來表示四個人總共有幾個珍珠玉盤嗎?用		
「分數」怎麼記?		
又等了好幾天,小王子終於到了,原來小王子半路遇到	5'	 佈題三:從比
了山賊,被抓去關了幾天;還好小王子聰明,找機會逃了出		較分數們的差
來,終於大家合力集成兩個完整的珍珠玉盤了。		異並加以分
		類,進而引發
体題三: 小朋友你能夠說說看: $\lceil \frac{4}{6} \setminus \frac{3}{6} \setminus \frac{7}{6} \setminus \frac{11}{6} \setminus 1\frac{1}{6} \setminus 1\frac{5}{6} \rfloor$		與型塑出「真
這些分數有什麼不同的地方?大小一樣嗎?如果進一步要把		分數」、「假分
這些分數分成三類,你會怎麼分類?為什麼要這麼分類,你		數」以及「帶
的理由是什麼?		分數」的名稱
1474 四人 11 /名:		與定義。
有了兩個完整的珍珠玉盤,這時候巫師開始施展法術	10'	
了:首先要讓珍珠國聚集烏雲靈氣,才可能下雨。巫師先拿		
出長條形狀的魔法珍珠玉條,接著他說:「這個魔法珍珠玉		
條等分成 8 份後,每一等分恰等於 1 顆白色的珍珠玉塊。」		
巫師說:「現在要用白色珍珠玉塊,想辦法把它們排成 $1\frac{3}{8}$ 條		
魔法珍珠玉條,才可以聚集烏雲靈氣」。王子和公主們經過		
激烈的討論,終於完成了。遠遠望去,珍珠國的上空真的聚		

集了很多鳥雲靈氣。

佈題四:請問 1 條珍珠玉條相當於幾顆珍珠玉塊?而 1 顆的珍珠玉塊相當於幾條的珍珠玉條?用「分數」怎麼記?2 顆珍珠玉塊是幾條的珍珠玉條?用「分數」怎麼記? 3 條珍珠玉條相當於幾顆珍珠玉塊? 1 3 條珍珠玉條和當於幾顆珍珠玉條。 1 顆的珍珠玉塊相當於幾條的珍珠玉條?用「分數」怎麼記? 11 顆的珍珠玉塊除了相當於 1 8 條珍珠玉條,還可以相當於多少條的珍珠玉條?用「分數」怎麼記?

佈題四:

學 生 分 組 討 論 , 並解決帶 分數化成假分 數的問題

接下來,巫師看起來表情非常專注,她從桌上的11顆白色珍珠玉塊抓走了2顆,接著又說:「這是一個咒語,只要大聲說出剩下的白珍珠玉塊等於多少條的魔法珍珠玉條,天空就會馬上下雨了。但是要小心,機會只有一次,如果說錯了,這個法術就失敗了。」

佈題五:請問抓走了2顆珍珠玉塊,還剩下幾顆珍珠玉塊? 1顆的珍珠玉塊相當於幾條的珍珠玉條?用「分數」怎麼記? 剩下的珍珠玉塊,相當於多少條的珍珠玉條?用「分數」怎 麼記?剩下的珍珠玉塊有沒有超過1條珍珠玉條?所以剩下 的珍珠玉塊除了用 9條珍珠玉條來表示,還可以表示成1又

多少條的珍珠玉條?用「分數」怎麼記?也就是說<mark>9</mark>條珍珠 玉條相當於多少條的珍珠玉條?用「分數」怎麼記?

王子和公主們運用他們的智慧,解出了咒語,珍珠國也開始下雨。終於,乾旱的稻田開始長出綠綠的葉子,人們也都有水喝了,五個勇敢的王子和公主歷經了千辛萬苦而解救了珍珠國。為了獎賞王子和公主們對珍珠國的付出,國王決定拿出珍珠寶盒出來,將裡頭的黑珍珠石送給王子和公主們每人2顆,如果珍珠寶盒每盒裝有4顆黑珍珠石,請問王子和公主們總共拿到相當於幾盒的珍珠寶盒?

佈題六:請問王子和公主們總共拿到相當於幾顆的黑珍珠石?1 顆黑珍珠石相當於幾盒的珍珠寶盒?用「分數」怎麼記?10 顆黑珍珠石相當於幾盒的珍珠寶盒?用「分數」怎麼記? 10 盒的珍珠寶盒超過1 盒的珍珠寶盒嗎?超過2 盒的珍

佈題五:

10'

學 生 分 組 討 論,解決假分 數 化 成 帶 分 數 的 問 題 , 並 能 發表解法。

〕' 布題六:

珍珠玉缭舞,在整想,上水水。是少年,一个水水,是一个水水。

10'

珠寶盒嗎?所以可以說 10 a 的珍珠寶盒相當於 2 又幾盒的珍珠寶盒?也就是說 10 a 的珍珠寶盒相當於幾盒的珍珠寶盒?用「分數」怎麼記?		寶離物學概本處大數內量藉建的題整1題容的以構廣也數的。
四、總結:老師和學生針對上課的內容做綜合討論。	5'	
五、學習單例題練習		
教師請小朋友回家練習學習單上的例題。		
※※ 本單元結束 ※※		

參、教學省思

不同的教師,在教學時展現的教學態度,以及教學信念,都會改變教學的成效。然而教學的設計,除了應鼓勵多元化之外,也要緊扣住教學的意義。運用故事進行教學就是一個很好的方法。在這次的教學的過程中,我發現一些平日在課堂上表現較為文靜的的學生,竟也嘗試舉手發表;下課後,有更多學生希望以後每個單元都能講故事,我個人則希望能多設計讓學生發表的機會,培養學生分享與表達的能力。

真正執行這份教案後,我發現這份教學檔案,未來還有可以發展的空間,就 是將故事情節製作成繪本,或是可用電腦呈現的簡單動畫,利用這個故事腳本, 還可以融入更多的教學元素,提供給更多教學現場老師分享。

這次的教學活動,花費了許多時間與心思準備,除了正常的教學工作之外,還要在課餘時間準備教學,所能利用的時間很有限,還好有輔導團的好伙伴們,幫我集思廣益,分工合作,跟我分享許多教學技巧與方法,甚至一起設計這次觀摩的教案,不只是我成長了許多,學生在這次的過程中,也獲得了比平常更優質的學習。經歷過這次的教學觀摩,我深深了解,教師團隊的組合絕對是教育現場需要的,只有一位老師單打獨鬥的時代已經過去了,教學現場中,總會有些不及之處,需要依賴一些同仁們的幫忙才能完成。我也幸運的,有許多好同事與好夥伴的協助,讓我完成這次的教學觀摩。





肆、參考文獻

洪曉菁(2000)。說故事研究。 台東師範學院兒童文學研究所 論文,未出版,台東市。 Clements, M. A., & Lean, G. A. (1987). Discrete fraction concepts and cognitive structure, P. M. E. XII. 215-232.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representation in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. (pp. 33-40) Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Suchman, L. (1987). Plans and stuated actions. New York: Cambridge University press. Vera, A. H., & Simon, H. A. (1993). Situated action: A symbolic interpretation. *Cognitive Science*, 17, 7-48

教學主題: 真分數、假分數、帶分數的互化

--- 例題學習練習單一 ---

1. 把 $\frac{21}{7}$ 、 $\frac{40}{5}$ 、 $\frac{37}{4}$ 、 $\frac{42}{19}$ 化成整數或帶分數。

2. 把7和13分别化成分母是6的假分數。

3. 把 $3\frac{2}{7}$ 、 $5\frac{2}{3}$ 、 $7\frac{1}{7}$ 、 $17\frac{5}{9}$ 化成假分數。

- 4. 有一個帶分數,它的整數部分和分數部份的分子、分母是三個連續的自然數,把這個帶分數化成假分數,它的分子是 11,則請問這個帶分數是多少?
- 5. 把下面的括號裡填上適當的帶分數。

教學主題:真分數、假分數、帶分數的互化

--- 例題學習練習單二 ---

1. 把 $\frac{21}{7}$ 、 $\frac{40}{5}$ 、 $\frac{37}{4}$ 、 $\frac{42}{19}$ 化成整數或帶分數。

2. 把7和13分别化成分母是6的假分數。

3. 把 $3\frac{2}{7}$ 、 $5\frac{2}{3}$ 、 $7\frac{1}{7}$ 、 $17\frac{5}{9}$ 化成假分數。

- 4. 有一個帶分數,它的整數部分和分數部份的分子、分母是三個連續的自然數,把這個帶分數化成假分數,它的分子是 11,則請問這個帶分數是多少?
- 5. 把下面的括號裡填上適當的帶分數。

出版「高雄市政府教育局國民教育輔導團數學領域教學示例系列叢書」是高雄市國教輔導團數學領域的工作目標,為了達成此一目標,乃結合「高雄市 96 學年度國教輔導團數學領域領航教師第三期第一階段數學教學示例及教具研發工作坊」,及教育部「國民中小學九年一貫推動工作小組一課程與教學輔導組一數學學習領域南區跨縣市國小數學輔導員數學教學示例及教具研發工作坊」,協助教師將教學理論落實到教學實務中。

大家一定會問,研發理論與實務結合的教學活動示例會不會很難, 撰寫時需注意哪些要點?以個人撰寫教學示例的經驗,在撰寫教學活動 設計之初,首先要先選定數學教學的題材,並從「教學理論、學習理論、 繪本、資訊科技、教具或創意點子」中,選擇一個或兩個項目做為搭配, 其次要從 why、what、how 三個向度一一檢視「為什麼選擇這個理論搭 配這份數學題材、理論的內涵是什麼、數學題材的內涵是什麼、理論要 如何融入教學等。」然後著手撰寫設計架構,當設計架構確定後,後續 教學活動設計內容的撰寫,就有如行雲流水一般順暢了。

繼高雄市國教輔導團數學領域教學示例系列叢書(一)出版之後,教學示例陸續產出中,本教學示例為高雄市政府教育局國民教育輔導團數學領域教學示例系列叢書(五),作者的教學設計構想為透過累加數個單位分數,使得這些單位分數合成後的分數等於或大於1,並進行假分數的說、讀、聽、寫、做。使用古氏積木,來強調「1」的存在,並引導學生察覺帶分數和假分數的關係。內容豐富,經過教授審查之後,評定為值得推薦出版之作品。

恭喜林美如和阮正誼老師經過這一趟洗禮,數學教學專業知能獲得 十足的成長,也欣見本示例之出版,歡迎有意增進數學教學專業知能的 教師,一起來品味這一份成長的喜悅。

「破鏡重圓」的珍珠玉盤 《故事情境融入假分數與帶分數的互化》

出版者:高雄市政府教育局國民教育輔導團

發 行 人:蔡清華

指導委員:劉曼麗、林燈茂

諮詢委員:陳金源、郭金池、王進焱、李志光

林維綱、林美惠、何瑞枝、杜昌霖

作 者:林美如、阮正誼

執行編輯:洪雪芬

研編小組:許淑珠、陳幸永、蘇聰榮、蔡佳宜

顏錦偉、廖惠儀、郭逸民

地 址:高雄市前金區河南二路 196 號

電 話:(07)2010719~22

印 刷:正合印刷有限公司

電 話:(07)2319705

出版日期:2008年10月