

局長序

「精進教學」是教育部近幾年推動教育改革的重點，本市國民教育輔導團數學領域能夠進行整體性的規劃，強調「資源整合、專業實踐、重質不重量」，並將輔導工作聚焦在精進教師課堂教學能力、傳遞教育政策與新知，及推展創新教學之發展目標上，相信在政策的配合、行政的支援以及教師本身的努力之下，教師之專業發展是可以預見的。

本市國民教育輔導團數學領域在精進教師課堂教學能力方面之具體作法是成立領航教師工作坊，培訓本市優秀教師，研發「教學理論、學習理論、繪本、資訊科技、教具或創意點子和教學活動做強力的結合」之教學示例，並出版「高雄市政府教育局國民教育輔導團數學領域教學示例系列叢書」，提供各校數學教師教學之參考。

感謝國立屏東教育大學劉教授曼麗、林教授燈茂在教學設計上的指導；感謝九年一貫課程與教學輔導群召集人鍾教授靜提供跨縣市輔導員互動機會與教學設計指導；更感謝國教輔導團伙伴們多年來的努力。期望本教學示例系列叢書的推出，能帶動教師實際體驗將教學理論落實到教學實務的歷程，也期望教師能以較為宏觀的角度關心課程的發展和教育思潮的演變，為教學生涯注入無限活水。

局長



97.10.06

目 錄

壹、前言	1
貳、教學設計架構	2
參、教學活動	7
肆、教學評量	12
伍、教學省思	14
陸、結語	15
柒、參考文獻	15

聚寶盤的複製魔法

以 Anghileri 鷹架數學教學觀點發展小二學童乘法概念

高雄市十全國小 黎懿瑩

壹、前言

NCTM (2000) 發表的「學校數學的原則與標準」(Principle and Standards for School Mathematics) 指出：有效的數學教學必須瞭解學生知道什麼和需要學習什麼，才能刺激和鼓勵他們學習得更好。在幼兒的每日生活情境中自然地充滿數量活動，在有意義的情境中實際操作與經驗，除了發展加減概念亦可發展乘除概念(周淑惠，1999)。然而，張英傑、周菊美譯(2005)提到，乘法教學三十年來最常遇到的兩個問題是「被乘數和乘數顛倒」和「九九乘法表要不要背」。學童發生單位量、單位數顛倒的問題時，通常無法說明算式的意義；學童把九九乘法表背得琅琅上口，卻常在解題時背出與題意不符的乘法算式。

Steffe (1988) 認為，能否形成以「大於 1 之集合」為數數單位，是影響低年級兒童由加法思考進入乘法思考的重要因素。「大於 1 的集合」是指，例如：「2,4,6,8,10」是兩個一數；「5,10,15,20」是五個一數，這樣的計數方式。因此，兒童要建構乘法概念，應該先熟悉「分組計數」的思考模式。甯自強(1994)指出，乘法問題是「單位量轉換的問題」，也就是「倍的問題」。使用「倍」的語言溝通乘法概念，簡單利用一半就是 $1/2$ 倍讓學童經驗「倍有可能會變小」，銜接中年級課程用「倍」來解釋分數乘法的意義，學童可能比較不容易陷入「乘會變大」的概念迷思。因此，本教學設計在視乘法問題為「倍的問題」的觀點上，試著協助學童建立正確的單位量與單位數概念。

Welchman-Tischler (1992) 提倡運用故事繪本來教導數學概念，故事繪本是幼兒探索數學概念的重要工具。色彩豐富、具故事性的繪本非常吸引低年級學童，經由說故事的方式介紹數學概念，學童就會忍不住愛上數學(彭嘉妮，2006)。故事可以提高學童的察覺能力，讓學童在學習數學時「有感覺」，以故事為數學的媒介可以引起學童學習興趣，幫助學童由故事情境察覺生活中蘊含的數學概念，觸發學童聯結數學概念和生活情境的關係(徐偉民，2004)。

數學遊戲提供數學經驗，接受挑戰並解決問題可以建構數學概念；善用學童喜愛遊戲的天性來增進主動積極的學習態度，學童必定更加喜歡學習(饒見維，1996)。

教師藉遊戲的形式設立學習情境、提供心象 (mental images) 並點出學習的要點，使學童朝著特定的目標努力建構自己的認知結構 (蘇育任, 1993)。因此，教學者關注的焦點應是遊戲性與數學性的並重，選擇的數學遊戲必須具備好玩、包含數學概念的特色，在實施的過程中應該凸顯遊戲的數學性。

本教學活動擬透過 Anghileri (2006) 所提出的鷹架數學學習的三層次教師策略 (Scaffolding practices that enhance mathematics learning)，配合「分組計數概念」、「『倍』的數學語言」、「數學故事繪本」以及「數學遊戲」等四項核心構念來貫穿整個教學活動，期望可以讓小二學童更容易發展出正確的乘法概念。Anghileri (2006) 鷹架數學學習的三層次教師策略包含三個步驟，Level 1 佈置學習環境使學習自然發生，教師的介入在 Level 2 和 Level 3 逐漸增加，透過說明、回顧、再建構和發展概念的思考來支持數學的學習。

活動的設計選擇利用學童喜愛的故事和遊戲來營造似真或擬真情境，使學童在情境中對乘法問題產生感覺，接下來的課堂活動將進行對情境的討論，學童以回顧並說明情境中發生的事件開始，進行數學概念的討論，在不同的陳述中逐漸釐清、確認出最合適的溝通方式，並一次次抽象出更完整的乘法概念。討論是將情境中的經驗遷移到問題解決能力的關鍵，教師應鼓勵學生去分析情境中的數學內涵 (Krulik 及 Rudnick, 1983)。教學活動安排在正式進入乘法算式的教學之前，先利用蛋糕盤子和糖果來呈現「分組計數」概念的具體模型，並將每一個活動情境聯結到這個盤子模型來強調「分組計數」的概念，使學童的概念超越「一點數」，提升到「以一組為單位來數數」，期望這樣的過程能幫助學童更容易發展單位量轉換的概念，最後再把加法算式和乘法算式一同聯結到盤子模型的圖象概念中，讓學童在似真或擬真情境中建立乘法的思考，而「倍」在整個教學活動中則扮演溝通工具的角色。

貳、教學設計架構

一、教學目標：

1. 以倍的觀點連結分組計數概念來發展並實施二年級乘法單元的教學活動。
2. 利用故事和遊戲的似真情境來協助二年級學童將抽象數學概念生活化和具體生活經驗數學化。

二、教學對象：國小二年級學童。

三、學童先備知識：學童在教學前已學過兩位數的加法，可以在情境中自然的進行連加的計算。

四、核心構念：

1. 分組計數：使學童看見幾組等量的物件，而計算總數。

2. 『倍』的數學語言：這是誰的多少倍？

倍的概念：在每個蛋糕盤子中放入一樣多的糖果，利用盤子的具體形象建立倍的概念，形成「盤子模型」，並使用在情境問題中。「一個盤子裡的物件數」就是「一倍」的量（單位量），「多少倍（單位數）」就是要看「有多少個盤子」。利用盤子的具體形象，便於改變單位數或單位量，可以讓學童察覺改變的「位置」在算式中的關係。

例如：以 \square 代表盤子，○代表糖果

(1) 每盤有 3 顆糖，共 4 盤，以盤子呈現具體形象如下：

\square \square \square \square

是 \square 有 4 個，也就是 $\square \times 4$ ，用乘法算式表示為 $(2) \times 4$ ， (2) 表示一盤有 2 個。

(2) 若每盤增加一顆糖，以盤子呈現的具體形象變成：

\square \square \square \square

是 \square 有 4 個，也就是 $\square \times 4$ ，用乘法算式表示為 $(3) \times 4$ ，一盤裡面的糖果數量增加了 1 個。

(3) 若加一盤，以盤子呈現的具體形象變成：

\square \square \square \square \square

是 \square 有 5 個，也就是 $\square \times 5$ ，用乘法算式表示為 $(2) \times (5)$ ，多了一盤。

3. 數學故事繪本：利用數學繪本的情境引出問題並進行討論。

◎「國王的超級特派員（王心瑩譯，2004）」：分組計數比一點數迅速且正確。

◎「噓！螞蟻搬東西（王心瑩譯，2004）」：藉由故事情境，每一次出現的螞蟻數量以 2 倍的速度增加，第一次是 1 隻，第二次是 2 隻，第三次是 4 隻，第四次是 8 隻……，來引入「倍」的語言。

◎「喂！包裹送到（廖雅君譯，2005）」：郵差送來一個包裹，這個包裹裡裝的小動物總共有 20 隻眼睛。哇！又送來一個包裹！這個包裹裡毛茸茸的小動物共有 16 隻腳……。這些包裹裡到底裝了幾隻小動物？藉由故事的乘法情境來聯結「分組計數」模型、「倍」的語言，以及加法和乘法算式。

◎「阿曼達的瘋狂大夢（吳梅瑛譯，2004）」：在阿曼達一天的生活中呈現許多可以使用乘法數數的情境，討論這些生活中的乘法問題讓學童體驗數學其實就在生活中。

4. 數學遊戲：利用遊戲情境引出問題並進行討論。

◎「成群結隊」遊戲：蹲下的每一組人數都一樣多，呈現「分組計數」的情境。利用這個情境立刻進行回顧與說明，將情境和數學概念聯結在一起。

五、教學安排：

本教學活動的實施是透過故事與遊戲的情境引出乘法問題，引導學童使用乘法思考來解題，在 0~10 的整數情境中建立單位量與單位數的概念。其中最重要的是幫助學童分清楚大單位（一盤）與小單位（一盤有幾顆糖）的關係，故在活動中以實體的蛋糕盤子具體呈現大單位，幫助穩固學童單位量（一盤幾顆糖）和單位數（有幾個盤子）的概念，並進而連結先備知識中的加法算式和新出現的乘法算式：

$$\begin{array}{l} \text{加法算式：} \quad \underbrace{\text{單位量} + \text{單位量} + \cdots + \text{單位量}}_{\text{「單位數」個}} = \text{總量} \\ \text{乘法算式：} \quad \text{單位量} \times \text{單位數} = \text{總量} \end{array}$$

運用 Anghileri (2006) 提出鷹架數學學習的三層次教師策略，以數學繪本和數學遊戲作為教學媒介，引導學生建立乘法概念。八個教學活動皆由 Level 1 的情境佈置開始，進行最初三個活動時，學童需要教師的提問引導，並且可能只能發展到 Level 2 就停止了，無法持續發展到 Level 3；然而由活動四開始，學童就有機會可以輕敲 Level 3 的門扉；到了活動七，學童停留在 Level 1 的時間可能很短，可以很輕易的進行 Level 2 的討論，甚至很快的發表出 Level 3 的概念思考。因此，三個層次是一個循環的過程，最初幾個活動雖然可能無法推行到 Level 3，但隨著一個個乘法情境的討論，學童可以逐漸抽象出乘法概念，最後快速由 Level 1 的情境進入 Level 2 的討論，當學童可以由情境中快速發表出概念論述，並做出圖象、語言和算式的聯結時，表示 Level 3 的乘法概念已經形成了。八個活動中，最初需要一再要求學童排出情境問題的盤子模型，到最後學童自然在腦海中凝聚正確的單位量、單位數概念，盤子模型是貫穿八個教學活動的乘法概念心象。

教學設計架構如下圖 1-1：

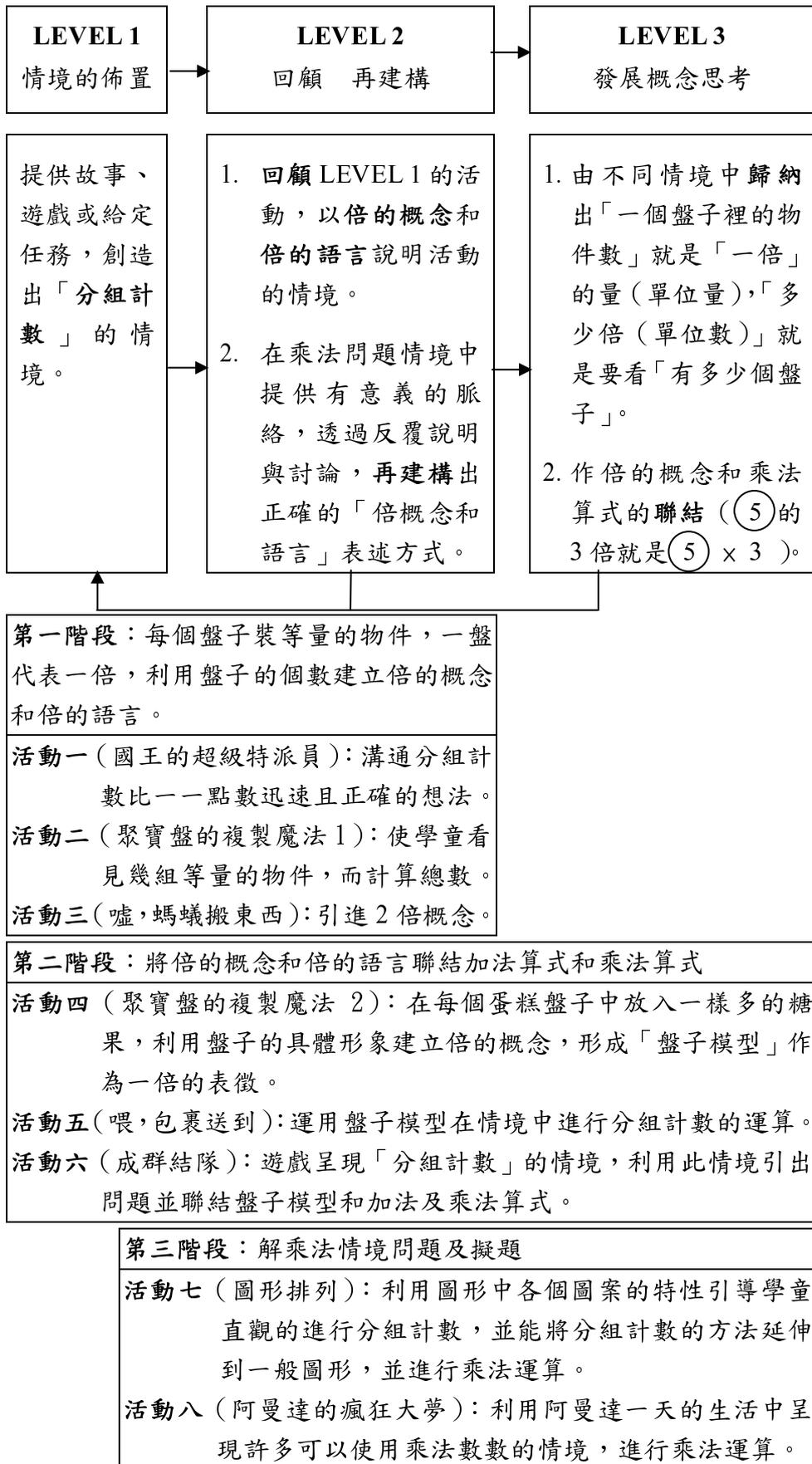


圖 1-1 教學設計架構

由上述之教學設計架構，進一步將 Anghileri (2006)鷹架數學學習的三層次教師策略規劃設計成小二學習乘法概念的三層次教學策略，如下圖 1-2：

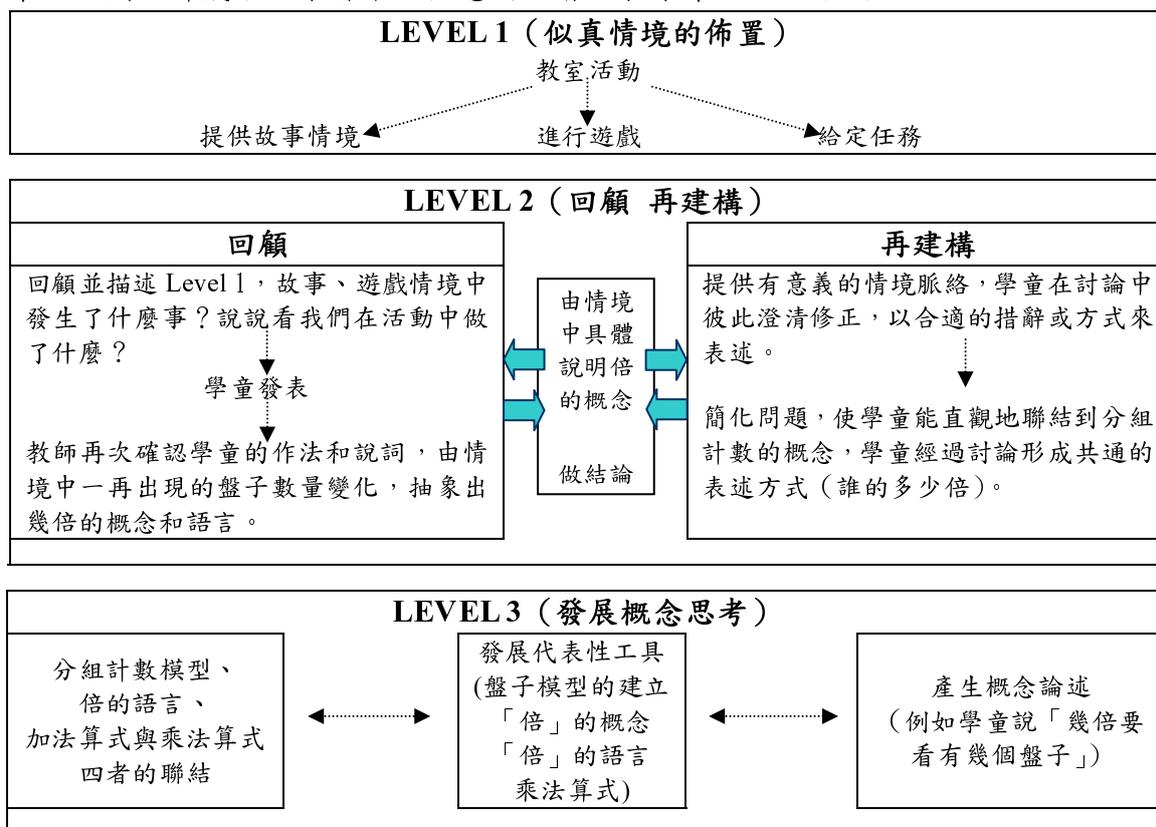


圖 1-2 鷹架學童學習小二乘法概念的三層次教學策略

茲將上述架構舉例說明，如下圖 1-3：



圖 1-3 鷹架學童學習小二乘法概念的三層次教學策略實例

參、教學活動

教學內容	學生活動
<p>活動一 「國王的超級特派員」</p> <p>似真情境的佈置 說「國王的超級特派員」的故事。</p> <p>回顧和再建構</p> <ol style="list-style-type: none"> 國王為什麼聽不懂兩位皇家顧問的算法？ (國王不懂 2 個一數或 5 個一數的紀錄方式，只想知道答案。) 公主用什麼樣的算法說服國王？ (公主讓特派員每 10 個排成一列，並一列一列數給國王看，10、20、30、40 還有 7 個，所以答案是 47。) 故事中用了哪三種方法算出答案是 47？這三種方法都對嗎？ (2 個一數，5 個一數，10 個一數，三種方法都對。) 再看一次兩位皇家顧問與公主的計算方法，然後分別用 2 個一數、5 個一數和 10 個一數的方法，請小朋友一起計算。 (2,4,6,.....,46,47) (5,10,15,.....,45,46,47) (10,20,30,.....,40,45,46,47) 同一個數學問題，只有一種方法可以解決嗎？ (同一個數學問題可以有很多種不同的解法，一組一組的數比較快也比較不容易算錯。) 	<p>聆聽故事。</p> <p>說明公主和皇家顧問的算法。</p> <p>跟著故事裡的方法算算看。</p> <p>由故事中發現同一個數學問題可以有很多種不同的解法。</p>
<p>活動二 聚寶盤的複製魔法 1</p> <p>把一份寶物放進聚寶盤以後，可以源源不斷的拿出一份又一份一模一樣的寶物。組長擁有聚寶盤，放進一份寶物以後，每個組員都可以拿到一份一模一樣的寶物。</p> <p>似真情境的佈置</p> <ol style="list-style-type: none"> 在每一組有 6 位小朋友的情況下，組長先做出一個某數的集合，例如：組長做出一個 4 的集合，也就是放 4 顆糖在聚寶盤中的小盤子上。 其他 5 位組員也跟組長一樣，每個人都做一個數量是 4 的集合，也就是每一個人都在小盤子上放 4 顆糖。 全組 6 個人都把自己的小盤子一起放進一個用繩子圍成的大圈圈裡，得到 6 個「數量是 4」的集合，也就是大圈圈裡有 6 個盤子，每個盤子都裝了 4 顆糖。 <p>回顧和再建構</p> <ol style="list-style-type: none"> 老師問：每一個小盤子中有幾顆糖？大圈圈裡有多少個盤子？這樣總共有多少顆糖呢？(每一個盤子中有 4 顆糖，大圈圈裡有 6 個盤子，所以一共有 24 顆糖。) 	<ol style="list-style-type: none"> 做出一個集合。 做出對應集合。 全組做出 6 的大集合。 說出一個小盤子中的物件數量和大大圈中的物件總數。

<p>5. 反覆進行 1.~4.的步驟，改變集合的大小，也可以打破組別限制，使大圈圈裡的集合數改變。熟練 2、3、5、10 個一數的數數方式。</p> <p>*教師在此可發現學童會使用豐富的數數策略完成任務。例如：</p> <p>(1) 運用連加法 $4+4+4+4+4=24$；</p> <p>(2) 用九九乘法表點數四一四、四二八、……、四六二十四；</p> <p>(3) 用十個十個一數 $4+4+2=10$、$2+4+4=10$、$10+10+4=24$；</p> <p>(4) 用兩個一數從 2、4、6、8 一直數到 24。</p>	<p>5. 反覆進行活動。</p>
<p>活動三 「噓，螞蟻搬東西」</p> <p>似真情境的佈置</p> <p>說「噓，螞蟻搬東西」的故事。</p> <p>回顧和再建構</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 故事裡每一次出來搬食物的螞蟻，都是前一次的 2 倍，一個數字的 2 倍代表什麼意思呢？（就是一個數量再加一次。） 2. 依照故事的發展，1 的 2 倍是 2，2 的 2 倍是多少呢？4 的 2 倍是多少？8 的 2 倍是多少？……？64 之後會是哪一個數字呢？ 	<p>聆聽故事。</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 說明 2 倍的意義。 2. 想想看、說說看，某數的 2 倍是多少。
<p>活動四 聚寶盤的複製魔法 2</p> <p>活動四與活動二的不同在此時學童雖然「知道」盤子中物件的數量，卻看不見具體物，無法一一點數，必須在心裡計算。此外，在這次的活動中必須進一步學習使用「倍」的語言來說明情境。</p> <p>似真情境的佈置</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 組長做出一個集合，並以手遮蓋，口述告訴組員所做的是「數量多少」的集合。 2. 組員複製出一樣的集合，並以手遮蓋。 3. 把自己的小盤子放進大圈圈裡，以手遮蓋。 <p>回顧和再建構</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. 回顧 1.~3.步驟，每一個小盤子裡的數量是多少？大圈圈裡的數量總共是多少？ 5. 師：每一盤有 3 個，總共有 5 盤，叫做 3 的 5 倍。接下來玩的時候，要先說出是「誰的多少倍」，再說答案是多少喔！（每盤 3 個，總共是 3 的 5 倍，$3 \times 5 = 15$） 6. 反覆進行 1.~4.步驟，組長固定不離開座位，其他學童可以任意移動到其中一組而成為該組組員，因此每一組的人數可能不一樣多，使每一回合的單位量和單位數都會產生改變。 <p>* 學童至此已經隱約感覺到幾個盤子在活動中代表著「幾倍」的概念。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 做出一個集合。 2. 做出對應集合。 3. 全組做出大集合。 4. 說出小盤子中的物件數量和大大圈中的物件總數。

<p>發展乘法思考</p> <p>師：你有沒有發現「倍」要看哪裡呢？（「幾倍」要看有幾個盤子）</p> <p>師：回憶「噓，螞蟻搬東西」的故事，你能不能試著用加法和乘法來說明 2 倍？（S1：2 倍就是乘以 2； S2：同樣的數量再加一次； S3：兩個相同的數量相加）</p>	<p>用加法和乘法算式說明 2 倍的意思。</p>
<p>活動五 「喂，包裹送到」</p> <p>似真情境的佈置</p> <p>說「喂，包裹送到」的故事</p> <p>回顧和再建構</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 瑪朵看到 20 個鼻子從箱子裡探出來，他知道裡面有 20 隻小白老鼠。然後他數到 40 個眼睛，他數的對嗎？你怎麼知道的？ 2. 如果要用盤子模型來表示老鼠的眼睛，該怎麼做呢？ 3. 如果用加法算式來說明，該怎麼記錄呢？ 4. 我們說「2 的 20 倍等於 40」，也可以說「2 乘以 20 等於 40」，並把它記錄成「$\textcircled{2} \times 20 = 40$」。 5. 當瑪朵看到 10 條毛茸茸的尾巴，他知道裡面有 10 隻小貓咪，10 隻小貓咪總共有幾個眼睛呢？你可以怎麼用算式表達？是 2 的幾倍？還有沒有其他的方法？ 6. 12 隻小狗有幾個眼睛？是 2 的幾倍？請把你知道的方法都寫出來。 7. 以故事中其他例子再進行 1~3 步驟 <p>發展乘法思考</p> <p>利用課本的文字題布置情境，請小朋友利用盤子和磁鐵，在黑板上把題目的情境做成盤子模型，說出「這是誰的多少倍」，並同時列出加法算式和乘法算式。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 學童發表 2. 盤子模型$\textcircled{2}$有 20 個 3. 列出加法算式 $2+2+\dots+2=20$ 4. 列出乘法算式 $\textcircled{2} \times 20 = 40$ 5. 問答方式同 1~4. 6. 問答方式同 1~4. 7. 問答方式同 1~4. <p>說明題意「是誰的多少倍」，列出算式並說明算式的意義，問答方式同 1~4.。</p>
<p>活動六 「成群結隊」</p> <p>似真情境的佈置</p> <p>進行遊戲：成群結隊</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學童圍一大圈念口訣：今天什麼最快樂？ 2. 主持人：「唱歌跳舞」最快樂！ 3. 「唱歌跳舞」共 4 個字，所以學童尋找同伴，4 個人一組蹲下。 	

回顧和再建構

4. 主持人：每一組有多少人？ 答：4 人。
 5. 主持人：全班共幾組？ 答：8 組。
 6. 主持人：這樣是誰的多少倍？ 答：4 的 8 倍。
 7. 主持人：那蹲下的人一共有幾個呢？ 答：32 個。
 8. 重複 1.~7. 進行下一輪的遊戲。

$$34 \text{ 人} = 4 + 4 + \dots + 4 + 2$$

$$= \textcircled{4} \times 8 + 2$$

發展乘法思考

每一輪結束皆要求學童說出「這是誰的多少倍」，以及加法和乘法算式。

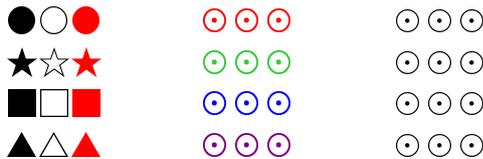
學習單評量

學童個別完成「今天什麼最快樂」學習單後進行討論

活動七 「圖形排列」

似真情境的佈置

在黑板上貼上三組圖形如下



回顧和再建構

1. ● ○ ●
 ★ ☆ ★ 說說看「這是誰的多少倍」，
 ■ □ ■ 並請用加法和乘法算式說明
 ▲ △ ▲ 左圖共有幾個圖形？
 (溝通乘法交換律可使用的情況。)

S1: 用顏色分，黑色 4 個、白色 4 個、紅色 4 個，4 的 3 倍是 $\textcircled{4} \times 3 = 12$ 。

S2: 用形狀分，圓形 3 個、星星形 3 個、正方形 3 個、三角形 3 個，3 的 4 倍是 $\textcircled{3} \times 4 = 12$ 。

這兩種方式都能正確說明圖形的算式，利用這樣的圖形來溝通乘法交換律的意義。

2. ○ ○ ○
 ● ● ● 說說看「這是誰的多少倍」，
 ○ ○ ○ 並請用加法和乘法算式說明
 ● ● ● 左圖共有幾個圖形？

S3: 紅色 3 個、綠色 3 個、藍色 3 個、紫色 3 個，3 的 4 倍是 $\textcircled{3} \times 4 = 12$ 。

S4: 我把每一直排當一組圈起來，第一組有紅色、綠色、藍色、紫色各一個，第二組也

<p>3. ○○○○ ○○○ 說說看「這是誰的多少倍」， ○○○ 並請用加法和乘法算式說明 ○○○ 左圖共有幾個圖形？</p> <p>發展乘法思考 買一支筆要5元，如果想買3支筆要多少錢？（說說看「這是誰的多少倍」？算式要怎麼寫？）</p> <p>學習單評量 學童個別完成「設計圖案」學習單後進行討論。</p>	<p>有紅色、綠色、藍色、紫色各一個，第三組也是紅色、綠色、藍色、紫色各一個，4的3倍是$4 \times 3 = 12$。</p> <p>S5：直的一排當一組，每一組有4個，4的3倍，是$4 \times 3 = 12$。</p> <p>S6：橫的一排當一組，每一組有3個，3的4倍是$3 \times 4 = 12$。</p> <p>作圖表達算式意義。 $5 \times 3 = 15$ 若學童能合理解釋 $3 \times 5 = 15$也算對，但不需強調（大多數學童無法對這樣的算式作合理解釋）。</p>
<p>活動八 「阿曼達的瘋狂大夢」</p> <p>似真情境的佈置 說「阿曼達的瘋狂大夢」的故事。</p> <p>回顧和再建構 利用書中插圖（窗戶玻璃、托盤上的餅乾、方盒子上插的，棒棒糖……、倒進大碗裡的爆米花、八隻綿羊幾隻腳……），討論計算東西的方法（說說看「這是誰的多少倍」？算式要怎麼寫？） 提示故事中的重點：用乘法比用數數快。 回顧「螞蟻搬東西」的故事，由2倍引入，接下來考慮3倍、4倍、5倍。</p> <p>發展乘法思考 利用課本的文字題布置情境，請小朋友作圖，並同時列出加法算式和乘法算式。（說說看「這是誰的多少倍」？算式要怎麼寫？）</p>	<p>聆聽故事。</p> <p>做做看。試著用算式記錄下來？</p> <p>說明題意「是誰的多少倍」，列出算式並說明算式的意義。</p>

肆、教學評量



姓名：_____

今天的數學課我們玩了「今天什麼最快樂」的遊戲，這個遊戲是這樣玩的（配合 P.9 活動六）：

今天什麼最快樂？	(幫助他人) 最快樂	() 最快樂	() 最快樂	() 最快樂
一組有多少人？	4 人 ○○○○			
全班共分成幾組？	8 組 ○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○			
這是誰的多少倍？	④ 的 8 倍	○ 的 () 倍	○ 的 () 倍	○ 的 () 倍
乘法算式	④ × 8 = 32	○ × () = ____	○ × () = ____	○ × () = ____
剩下多少人？	0 人	() 人	() 人	() 人

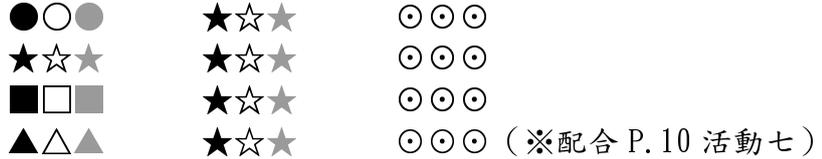
其中我印象最深刻的事是_____，

我在這堂數學課的收穫是_____。

設計圖案

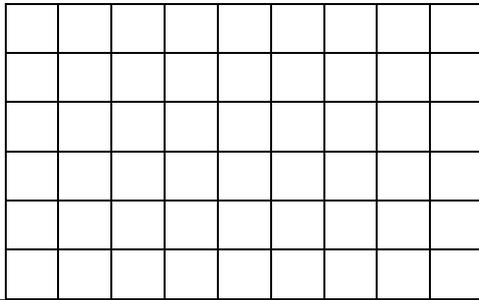
姓名：_____

請參考黑板上三種模式的排列規則，選擇其中一種規則來設計一個你喜愛的長方形大圖案，將貼紙貼在框框裡（格子不一定要用完）。



(※配合 P.10 活動七)

我設計的大圖案是



我可以這樣算：用橫排當一組，一組是



共有 () 組

所以我設計的大圖案是  的 () 倍

乘法算式：  × () = _____

我也可以這樣算：用直排當一組，一組是



共有 () 組

所以我設計的大圖案是  的 () 倍

乘法算式：  × () = _____

伍、教學省思

本教學設計中每一個活動的安排皆依 Anghileri (2006) 鷹架數學學習的三層次架構鋪陳 Level 1 的情境佈置，經由 Level 2 回顧與再建構的師生互動介入，最後發現學童逐漸達到 Level 3 的概念思考。Level 1 情境的佈置包含說故事與玩遊戲的教學活動安排，營造似真的情境讓學童在其中自由地操弄，透過愉悅的感覺對乘法主題產生興趣，對於發表自己的看法與想法躍躍欲試，教師在此並不積極介入，只利用關注、鼓勵與讚美做情感上的回饋。

教師對乘法主題的互動介入由 Level 2 開始，引導學童重新回顧 Level 1 的各項活動，教師提出問題、提供線索或加深問題的難度，學童嘗試以言詞的表述與其他學童溝通，學童發表的內容可能被認同也可能被反駁。例如，一個人的耳朵，用乘法算式怎麼寫呢？「 2×2 」，「不對，是 2×1 」，「因為 2×2 是 4，我們要算的是一個人的耳朵，一個人有 2 個耳朵「乘以」1 個人，所以是 $2 \times 1 = 2$ 」。討論的歷程伴隨著學童的認知衝突、內延、外塑，例如學童由「不知道」到最後能明確說出「因為頭髮太多了，數不清，所以不知道是鼻子的幾倍」；以及，頭的數量是手的幾倍呢？「1 倍。」2 個頭？「不對，2 倍。」4 個頭？「不對，0 倍。」沒有頭？「……」到底有幾個頭？幾隻手？「1 個頭，2 隻手。」那不就是一半，半倍嗎？「啊？原來就是一半呀！」面對不熟悉的問題情境，藉由討論的過程歸納出結論，回顧與再建構的歷程是理解的成長，學童在解題過程中討論、分享和互相批判，最後決定接受或拒絕其他學童的策略與解答，這樣的過程中學童逐漸獲得有意義的發展。學童透過不斷地討論與修正使不夠精確的措辭表達（「黑色、白色、紅色圈在一起」）更精確易懂（「黑色拿一個、白色拿一個、紅色拿一個，圈起來，第二組也是黑色拿一個、白色拿一個、紅色拿一個，圈起來，……」），由非正式的數學語言（「3,6,9,12,15」）進而使正式的數學語言（3 的 5 倍）成為班級共通的溝通工具，在互動過程中學童逐漸找出加法與乘法算式的表示法，並協助其他學童修正錯誤說法。在討論及發表的過程中，學童會經歷「思考如何表達、嘗試表達以及理解其他學童的想法與作法」的過程，學童在這個部分需要較多的協助，教師的支持與肯定是學童發表時信心的來源（黎懿瑩，2007）。

當學童的反應不只是複製教學過程和解決單一問題時，就是乘法概念的發展已經進入一般化、特殊化與抽象化的階段。Level 3 包含學童能發表概念論述、發展代表性工具並做出「情境、盤子模型、『倍』的語言以及加法與乘法算式」的聯結。學童發表概念論述（「幾倍」要看有幾個盤子），並發展出代表性工具（盤子模型的建立、習慣使用「倍」的語言）即是進入 Level 3 的表徵，教師參與概念論述並延伸學童的思考，而由學童的發表中可以窺見代表性工具、概念聯結以及概念論述三者的互動。例如，「1 倍就是一盤，不管哪一盤都是 1 倍」、「加 1 倍就是加一盤」、「7 個小圈圈框在一起，框起來的就是 1 倍」、「7 的 4 倍是 28，7 的 5 倍就是再加 1 倍，就是再加一個 7」。當學童能發表

概念論述，而且對概念產生聯結時，表示她們的概念已經相當清楚，亦即學童已經建立了乘法的思考，在三層次鷹架中由社會支持進入自我支持。

在這樣的鷹架安排中，教師在 Level 1 較不易收集到學童的回饋，Level 2 需要反覆進行討論，著力最深，到了 Level 3 只需以「倍」的語言作為溝通的橋樑，逐步搭建起以學習者為主體的鷹架來形塑乘法概念。學童在最初的幾個活動中或許只能達到 Level 2，無法推進到 Level 3，但是在盤子模型和倍的語言反覆出現的情況下逐漸建立了乘法的思考與聯結，經過這一連串的活動之後，多半能清楚說明自己解題方式的含意，因此也更能幫助自己釐清問題、減少錯誤的發生。

陸、結語

在這次的教學中，學童最有感覺的是活動二與活動四「聚寶盤的複製魔法」活動提供的分組計數概念和活動三「螞蟻搬東西」故事中「倍」的語言。故事繪本把數學的概念或運算鑲嵌在故事的似真情境中，讓枯燥的反覆練習轉為趣味的想像與體驗，盤子模型就像是單元中的典範例，可以不斷回顧並延伸應用，透過故事和遊戲的幫助，學童在興致盎然的情況下達到學習的成效。教學過程中個人交替使用不同的活動形式，改變情境將活動鑲嵌在故事中，或提供比賽與發表的機會來激勵學童，活動的變換使學童在氣氛的轉變之下更積極的學習。

個人在本次教學中體悟說故事最重要的是呈現故事中的數學感，而遊戲之後則須輔以學習單加強遊戲中的概念，避免遊戲的趣味性掩蓋了數學概念，使教學活動失去了數學意義。學童在遊戲中熟練概念，仍會經歷錯誤和修正，在課堂的講解之後，仍須在活動中反覆練習與思考，才能逐漸減少迷思概念出現的次數。根據 Pirie 及 Kieren (1994a, 1994b) 的動態可折回論，數學概念的理解具有折返內層理解的特質，並且需要行動和表述的互補。因此，當學童為迷思概念爭執不休時，引領他們回顧分組計數盤子模型以及「倍」的語言，經過回顧基礎概念的折返過程來協助學童找出正確的單位量，所設計的教學情境才更能反映出數學教學的意味。在每一個活動中要求學童的回饋以確定學習的成效，除了立即察覺教學缺失外，也能幫助更多學童在教學當下理解教學的內容，兼顧教學活動的意義與趣味性。

柒、參考文獻

王心瑩 (譯) (2004)。國王的超級特派員 (S. Guevara 著, The Kings

- Commissioners)。台北市：遠流。(原著出版於 1994 年)
- 王心瑩(譯)(2005)。噓！螞蟻搬東西(C.A. Losi 著, The 512 Ants on Sullivan Street)。台北市：遠流。(原著出版於 1997 年)
- 吳梅瑛(譯)(2004)。阿曼達的瘋狂大夢(C. Neuschwander 著, Amanda Bean's Amazing Dream)。台北市：遠流。(原著出版於 1998 年)
- 徐偉民(2004)。另類數學教學：以“故事”為媒介。屏師科學教育，**19**，37-45。
- 張英傑、周菊美(譯)(2005)。中小學數學科教材教法(J. A. Van De Walle 著, Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally)。台北市：五南。(原著出版於 2001 年)
- 甯自強(1994)。新課程對乘法啟蒙教材的處理。載於台灣省國民學校教師研習會(主編)，國民小學數學科新課程概說(低年級)(pp. 77-85)。台北縣：台灣省國民學校教師研習會。
- 廖雅君(譯)(2005)。喂！包裹送到(S. Keenan 著, The Trouble with Pets)。台北市：遠流。(原著出版於 2001 年)
- 黎懿瑩(2007)。一個發展小二學童乘法概念的行動研究。國立臺灣師範大學數學系碩士論文，未出版，台北市。
- 蘇育任(1993)。漫談遊戲導向的教學設計。國教輔導 **33(2)**，8268-8270。
- 饒見維(1996)。國小數學遊戲教學法。台北市：五南。
- Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 33-52.
- Krulik, S. & Rudnick, J. A. (1983). Strategy game and problem solving an instructional pair whose time has come! *The Arithmetic Teacher*, 83(12), 26-28.
- NCTM (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Pirie, S. & Kieren, T., (1994a). Beyond metaphor: Formalising in mathematical understanding within constructivist environments. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 39-43.
- Pirie, S. & Kieren, T., (1994b). Growth in mathematical understanding: How can we characterize it and how can we represent it? *Educational Studies in Mathematics*. 26, 165-190.
- Steffe, L. P. (1988). Children's Construction of Number Sequences and Multiplying Schemes. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Research agenda in mathematics education: Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 119-140). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Welchman-Tischler, R. (1992). *How to use children's literature to teach mathematics*. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.

後記

出版「高雄市政府教育局國民教育輔導團數學領域教學示例系列叢書」是高雄市國教輔導團數學領域的工作目標，為了達成此一目標，乃結合「高雄市 96 學年度國教輔導團數學領域領航教師第三期第一階段數學教學示例及教具研發工作坊」，及教育部「國民中小學九年一貫推動工作小組－課程與教學輔導組－數學學習領域南區跨縣市國小數學輔導員數學教學示例及教具研發工作坊」，協助教師將教學理論落實到教學實務中。

大家一定會問，研發理論與實務結合的教學活動示例會不會很難，撰寫時需注意哪些要點？以個人撰寫教學示例的經驗，在撰寫教學活動設計之初，首先要先選定數學教學的題材，並從「教學理論、學習理論、繪本、資訊科技、教具或創意點子」中，選擇一個或兩個項目做為搭配，其次要從 why、what、how 三個向度一一檢視「為什麼選擇這個理論搭配這份數學題材、理論的內涵是什麼、數學題材的內涵是什麼、理論要如何融入教學等。」然後著手撰寫設計架構，當設計架構確定後，後續教學活動設計內容的撰寫，就有如行雲流水一般順暢了。

繼高雄市國教輔導團數學領域教學示例系列叢書（一）出版之後，教學示例陸續產出中，本教學示例為高雄市政府教育局國民教育輔導團數學領域教學示例系列叢書（四），作者的教學設計構想為在正式進入乘法算式的教學之前，先利用蛋糕盤子和糖果來呈現「分組計數」概念的具體模型，使學童的概念超越「一點數」，提升到「以一組為單位來數數」，以幫助學童更容易發展單位量轉換的概念。內容豐富，經過教授審查之後，評定為值得推薦出版之作品。

恭喜黎懿瑩老師經過這一趟洗禮，數學教學專業知能獲得十足的成長，也欣見本示例之出版，歡迎有意增進數學教學專業知能的教師，一起來品味這一份成長的喜悅。

洪雪芬 97.09.12

高雄市政府教育局國民教育輔導團數學領域教學示例系列叢書（四）

聚寶盤的複製魔法

《以 Anghileri 鷹架數學教學觀點發展小二學童乘法概念》

出版者：高雄市政府教育局國民教育輔導團

發行人：蔡清華

指導委員：劉曼麗、林燈茂

諮詢委員：陳金源、郭金池、王進焱、李志光

林維綱、林美惠、何瑞枝、杜昌霖

作者：黎懿瑩

執行編輯：洪雪芬

研編小組：許淑珠、陳幸永、蘇聰榮、蔡佳宜

顏錦偉、廖惠儀、郭逸民

地址：高雄市前金區河南二路 196 號

電話：(07) 2010719~22

印刷：正合印刷有限公司

電話：(07) 2319705

出版日期：2008 年 10 月