

局長序

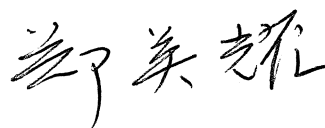
「精進教師課堂教學能力」是教育部近幾年推動的重點，欣見本市國教輔導團數學領域能作整體性的規劃，強調「資源整合、專業實踐、重質不重量」，並將輔導工作聚焦在精進教師課堂教學能力、傳遞教育政策與新知及推展創新教學之發展目標上，相信在政策的配合、行政的支援以及教師本身的努力之下，教師專業發展是可預見的。

國教輔導團數學領域在精進教師課堂教學能力方面，具體作法是成立領航教師工作坊，培訓本市優秀教師，研發「教學理論、學習理論、繪本、資訊科技、教具或創意點子和教學活動做強力的結合」之教學示例，並出版「高雄市國教輔導團數學領域教學示例系列叢書」提供教師教學參考。

本教學示例是「高雄市國教輔導團數學領域教學示例系列叢書」的序曲，日後將再邀請本市有意增進數學教學專業知能的教師，研發更多教學示例，陸續以「一教學示例一單本小品」方式出版，並透過到校諮詢服務、研習或教學演示等機會，與第一線教學的教師相互切磋討論，期望大家本著自我成長與分享的心共襄盛舉。

感謝國立屏東教育大學劉曼麗教授、簡清華教授的指導，國立中山大學陳年興教授提供 K12 數位學校網路教學平台，博愛國小許俊文老師設計並分享切合教學需求的複合形體數位素材，更感謝國教輔導團伙伴們。期望本教學示例系列叢書的推出，能帶動教師實際體驗將教學理論落實到教學實務的歷程，也期望教師能以較為宏觀的角度關心課程的發展和教育思潮的演變，為教學生涯注入無限活水。

局長



97.01.15

目 錄

壹、前言	1
貳、教學設計架構	2
參、教學活動	6
肆、教學評量	14
伍、教學省思	15
陸、結語	16

積木的心思您別猜

《以資訊融入波利亞數學解題模式於複合形體之教學》

洪雪芬

高雄市博愛國小教師

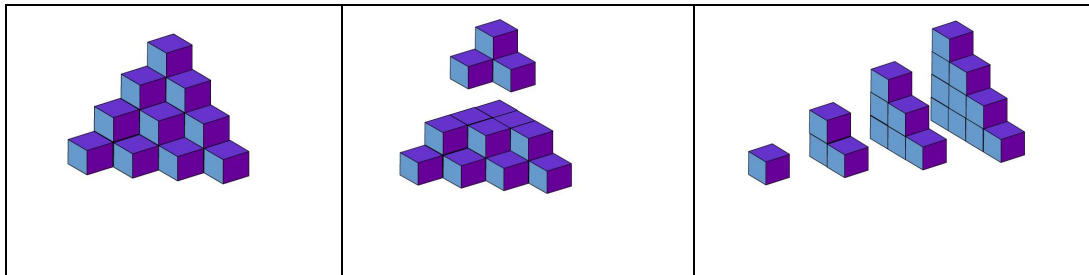
壹、前言

九年一貫課程綱要明確指出圖形與空間的了解可分為知覺性的了解、操弄性的了解、構圖性的了解和論述性的了解，也強調小學階段的幾何教學除了應盡量讓學童透過觀察拓展幾何直覺，透過操作認識幾何形體的性質，還需要加入簡單的推理教學（教育部，2003）。然而，目前國小幾何教材在知覺性、操弄性和構圖性上的探索頗多，而論述性的探討則較少著墨，因此，在國小幾何教學過程中設計推理的活動，引導學生慢慢往「論述性了解」的學習層次邁進，是有其必要的。有鑑於此，本活動特別選擇「複合形體」為題材，期望能帶領學生做一個幾何深度之旅。

複合形體是什麼？複合形體是指由兩個以上的基本幾何形體「相加或相減」所構成的形體。約可分為以下四類：1.兩個以上的同一類型基本形體的組合，如多個正方體的組合、多個圓柱體的組合。2.兩個以上不同類型基本形體的組合，如正方體和長方體的組合、角柱和圓柱的組合。3.從一個基本形體中挖掉同類型的形體，如從大正方體中挖掉數個小正方體。4.從一個基本形體中挖掉不同類型的形體，如從長方體中挖掉一個圓柱體。在如此種類繁多的複合形體中，本活動設計內涵全部聚焦在「多個正方體組合的複合形體」，教學重點有掌握複合形體的結構、探索複合形體的數形關係、計算複合形體體積及體積量感的體驗。

長久以來，在黑板上手繪複合形體，一直是教師教學上的夢魘，身為21世紀的教師不應該再受困於繪圖之苦而影響教學品質，應該充分利用資訊科技的特性，作為一種有別於傳統數學教學的表徵，來促進學童空間概念的理解（NTCM,2000）。本活動使用了「數位素材」與「電子白板」兩種資訊科技輔助教學與評量，使用數位素材（如圖一）目的在於協助教師輕鬆繪製複合形體及幫助學生確實了解複合形體的結構；使用電子白板的

目的則是記錄學生解題歷程，並透過同儕與教師的「評論」與「回饋」機制（洪雪芬等，2003），相互觀摩學習，培養學生批判思考的能力。



圖一 複合形體數位素材

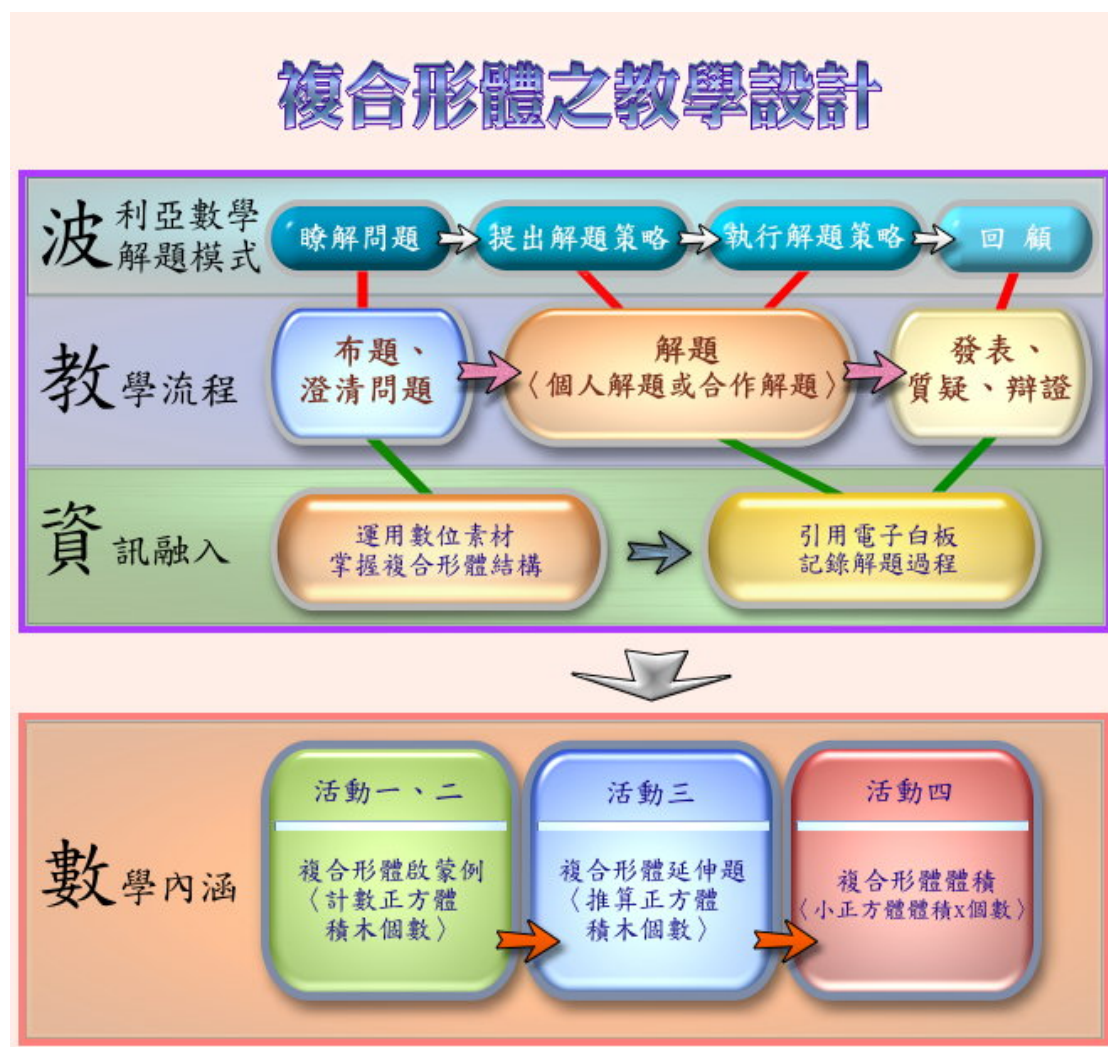
本活動「以資訊融入波利亞數學解題模式於複合形體之教學」除了善用資訊科技以精進教學，也嘗試將教學理論落實於教學實務之中。在眾多教學理論中，筆者認為波利亞(1993)數學解題模式，最能啟迪學生對於複合形體之論述性的了解。波利亞數學解題模式分成下列四個步驟：1. **瞭解問題**：瞭解問題中已知的條件與未知的問題。2. **提出解題策略**：將已知的條件與未知的問題產生關連，擬出解題策略。3. **執行解題策略**：以自身的解題策略與數學運算能力為基礎，利用運算輔助工具，進行解題與運算。4. **回顧**：回顧前三步驟，驗證解題策略或運算正確與否，並檢視是否需要調整策略或矯正數學運算。筆者選擇波利亞數學解題模式作為此次教學之後盾，還有一個特別的理由，那就是其四個解題步驟「瞭解問題—提出解題策略—執行解題策略—回顧」與筆者平日的教學流程「布題—解題—發表、質疑辯證」相當契合，期望將其運用在複合形體的教學，對於學生之學習成效能有相當的助益。

貳、教學設計架構

本活動設計的數學內涵是「多個正方體組合的複合形體」，除了選用「數位素材」與「電子白板」作為教與學的輔助工具，更將波利亞數學解題模式的四個解題步驟「瞭解問題—提出解題策略—執行解題策略—回顧」融入「布題—解題—發表、質疑辯證」教學流程之中，做詳盡的規畫。

首先，教師運用數位素材布題，引導學生澄清問題，以確實瞭解問題；其次，引導學生以個人或合作方式提出解題策略、執行解題策略，並引用

電子白板記錄解題過程；最後，將電子白板的解題記錄，透過發表、質疑辯證，回顧自己的解題是否正確。教學設計架構如下圖：



圖二「以資訊融入波利亞數學解題模式於複合形體之教學」設計架構

以下則針對本教學活動的教學目標、數位素材、電子白板、教學安排、教學對象、教學時間、評量與回饋等說明如下：

一、教學目標：

- (一) 引導學生透過複合形體之切割活動，確實掌握複合形體的構造。
- (二) 透過解題與推理活動，探索複合形體的數形關係。
- (三) 透過堆積木之實作活動，計算複合形體體積及體積量感的體驗。
- (四) 透過電子白板解題、同儕互評與回饋，提升數學學習之深度。

二、數位素材：

本活動所使用的三種數位素材，其特色與使用時機介紹如下：

(一) 四堆積木



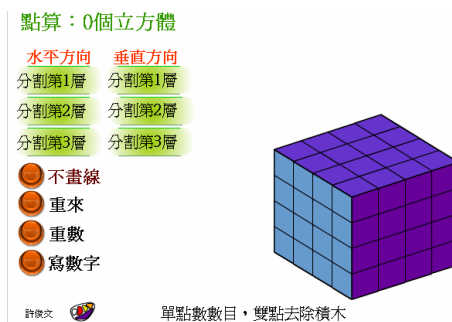
http://www.paps.kh.edu.tw/asp/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=144

素材特色：內容為四個可以水平切割與垂直切割的複合形體，此四個複合形體是固定的，形狀不能隨意更改。

使用時機：教師第一次引入複合形體教學時可以使用，由於圖形是固定的，因此教師在引導學生討論解題之後，可以重複播放，以檢驗答案，也可以讓學生自行操作電腦做進一步的練習。

素材設計：高雄市博愛國小 許俊文

(二) 切一切



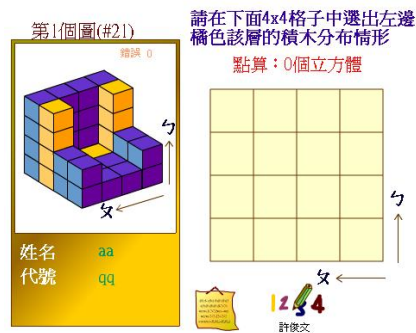
http://www.paps.kh.edu.tw/asp/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=146

素材特色：呈現一個 $4 \times 4 \times 4$ 的正方體，可協助教師輕鬆繪製複合形體。

使用時機：教師可以在課堂上依教學需求自由設計複合形體，也可以讓學生於課後自行創作複合形體。

素材設計：高雄市博愛國小 許俊文

(三) 數積木



http://www.paps.kh.edu.tw/asp/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=145

素材特色：以亂數方式依序呈現不同的複合形體，讓學生判斷複合形體某一層積木的分布情形，旨在評量學生是否能夠確實掌握複合形體的結構。

使用時機：在學習複合形體之後，可以讓學生自行操作電腦進行評量。

素材設計：高雄市博愛國小 許俊文

三、電子白板：

本活動所使用的電子白板有硬體式電子白板和軟體式電子白板兩種，硬體式電子白板指的是安裝於教室的 Smart Board，軟體式電子白板則是內建於 K12 數位學校 (<http://ds.k12.edu.tw>) 網路教室的非同步塗鴉板。

四、教學安排：

本教學活動的實施可做如下之安排：

- (一) 在教室進行教學：在教室透過單槍、硬體式電子白板進行教學，老師可以輕鬆布題，並引導學生討論與解題。
- (二) 在電腦教室實施評量與回饋：在電腦教室透過網路直接連結到數位素材和軟體式電子白板，讓學生先個別解題進行評量，再透過同儕互評與回饋，相互觀摩與學習。


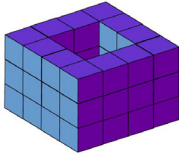
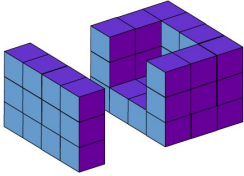
五、教學對象：國小五年級學生。

六、教學時間：3 節課 120 分鐘。


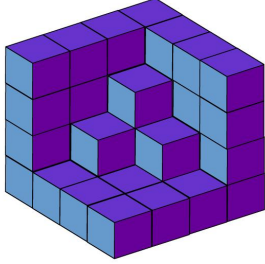
七、評量與回饋：2 節課 80 分鐘。

參、教學活動

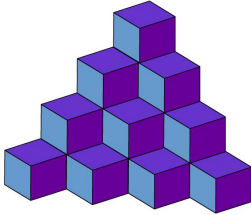
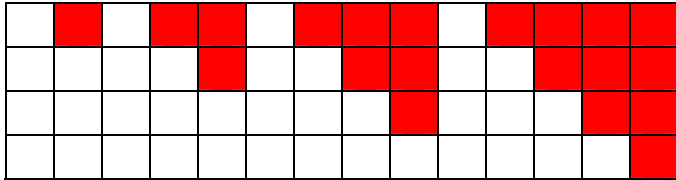
活動一：暖身活動

活動內容說明	備註
<p>教師布題：下圖是由幾個正方體積木  組成的？</p>  <p>1. 瞭解問題：瞭解問題中已知的條件與未知的問題。 教師引導學生討論此圖形到底是空心的還是有底層？ 學生確認圖形結構的可能方式如下：</p> <ol style="list-style-type: none">(1) 一層一層水平分割積木。(2) 一層一層垂直分割積木(如下圖)。(3) 依序去掉積木，直到能看到是否有底層。  <p>2. 提出解題策略：將已知的條件與未知的問題產生關連，擬出解題策略。學生個別提出解題策略並執行解題，學生可能作法：</p> <ol style="list-style-type: none">(1) 水平切割，一層一層計算。(2) 垂直分割：一層一層計算。(3) 以整體挖掉中間部分來計算。 <p>3. 執行解題策略：以自身的解題策略與數學運算能力為基礎，利用運算輔助工具，進行解題與運算。學生可能作法：</p> <ol style="list-style-type: none">(1) 水平切割：$12+12+16=40$ 或 $12 \times 3 + 4 = 40$。(2) 垂直分割：$12+8+8+12=40$。(3) 整體挖掉中間部分：$4 \times 4 \times 3 - 2 \times 2 \times 2 = 40$ <p>4. 回顧：透過發表、質疑與辯證，回顧前三步驟，驗證解題策略或運算正確與否，並檢視是否需要調整策略或矯正數學運算。</p>	<p>此活動之關鍵教學在於引導學生先確認圖形的結構再解題。</p>

活動二：複合形體之結構

活動內容說明	備註
<p>教師布題：下圖是由幾個正方體積木  組成的？</p>  <p>1. 瞭解問題：瞭解問題中已知的條件與未知的問題。教師引導學生用自己的話說出題意以澄清問題。</p> <p>2. 提出解題策略：將已知的條件與未知的問題產生關連，擬出解題策略，學生可能的解題策略如下：</p> <ul style="list-style-type: none"> (1)水平分割積木，一層一層計算。 (2)垂直分割積木，一層一層計算。 (3)先算全部，挖掉中間 $3 \times 3 \times 3$ 的積木，再加上中間 4 塊。 (4)直立一條一條算，加上底部 9 塊，再加上中間 4 塊。 <p>3. 執行解題策略：以自身的解題策略與數學運算能力為基礎，利用運算輔助工具，進行解題與運算。學生可能作法：</p> <ul style="list-style-type: none"> (1)水平分割積木，$7+8+10+16=41$。 (2)垂直分割積木，$7+8+10+16=41$。 (3)先算全部，挖掉中間 $3 \times 3 \times 3$ 的積木，再加上中間 4 塊。 $4 \times 4 \times 4 - 3 \times 3 \times 3 + 4 = 41$。 (4)直立一條一條算，加上底部 9 塊，再加上中間 4 塊， $4 \times 7 + 9 + 4 = 41$。 <p>4. 回顧：透過發表、質疑與辯證，回顧前三步驟，驗證解題策略或運算正確與否，並檢視是否需要調整策略或矯正數學運算。（學生最容易錯誤部份在於將中間部分的 4 塊積木看成 3 塊）。</p>	<p>此活動之關鍵教學在於引導學生從不同角度觀察複合形體及澄清學生對於複合形體結構之迷思概念</p> <p>（學生最容易錯誤部份在於將中間部分的 4 塊積木看成 3 塊）。</p>

活動三：複合形體之數形關係

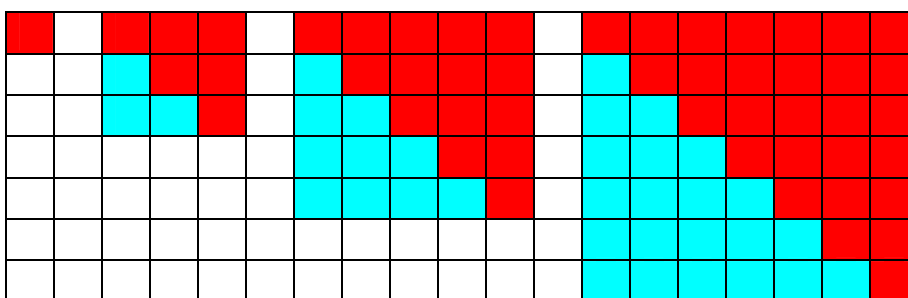
活動內容說明	備註
<p>【活動 3-1】</p> <p>教師布題：請觀察下圖，由上往下數，第一層、第二層、第三層和第四層之積木分布情形為何？然後推測第五層、第六層到第十層分別有幾個積木？</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>1. 瞭解問題：瞭解問題中已知的條件與未知的問題。</p> <p>教師引導學生掌握已知條件，第一層、第二層、第三層和第四層之積木分布情形如下圖，並觀察其排列規律，以推算未知的問題，第五層、第六層到第十層分別有幾個積木。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>2. 提出解題策略：將已知的條件與未知的問題產生關連，擬出解題策略。</p> <p>學生可能作法：</p> <p>(1) 從 1, 3, 6, 10 發現加 2、加 3、加 4 的規律，可依序加 5、加 6、加 7、加 8、加 9、加 10，來推算數量。</p> <p>(2) 觀察發現第一層 1、第二層 1+2、第三層 1+2+3……之規律，以此規律推算數量。</p> <p>3. 執行解題策略：以自身的解題策略與數學運算能力為基礎，利用運算輔助工具，進行解題與運算。學生可能作法：</p> <p>(1) 從 1, 3, 6, 10 發現加 2、加 3、加 4 的規律，依序加 5、加 6、加 7、加 8、加 9、加 10，推算出第五層 15、第六層 21、第七層 28、第八層 36、第九層 45、第十層 55。</p>	<p>活動 3-1 之關鍵教學在於引導學生探索複合形體所隱含的數形關係，掌握第 n 層積木數量為：</p> $1+2+3+\dots+n$ <p>之規律，以此規律推算數量。</p>

<p>(2) 觀察發現第一層 1、第二層 $1+2$、第三層 $1+2+3$……之規律，以此規律推算數量，解題如下：</p> <p>第一層 1 第二層 $1+2=3$ 第三層 $1+2+3=6$ 第四層 $1+2+3+4=10$ 第五層 $1+2+3+4+5=15$ 第六層 $1+2+3+4+5+6=21$ 第七層 $1+2+3+4+5+6+7=28$ 第八層 $1+2+3+4+5+6+7+8=36$ 第九層 $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ 第十層 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$</p> <p>4. 回顧：透過發表、質疑與辯證，回顧前三步驟，驗證解題策略或運算正確與否，並檢視是否需要調整策略或矯正數學運算。</p>	
<p>【活動 3-2】</p> <p>教師布題：請問你能不能快速算出第一層加到第七層<u>總共有</u>幾個積木？第一層加到第八層<u>總共有</u>幾個積木？</p> <p>1. 瞭解問題：瞭解問題中已知的條件與未知的問題。</p> <p>教師引導學生掌握已知條件：單層積木數量；而未知的問題是要計算從第一層加到第七層及第一層加到第八層的積木總數。</p> <p>2. 提出解題策略：將已知的條件與未知的問題產生關連，擬出解題策略學生可能作法：</p> <p>(1) 先算出每一層數量，再一層一層累加。</p> <p>(2) 先列出下列算式</p> <p>第一層 1 第二層 $1+2$ 第三層 $1+2+3$ 第四層 $1+2+3+4$ 第五層 $1+2+3+4+5$ 第六層 $1+2+3+4+5+6$ 第七層 $1+2+3+4+5+6+7$ 第八層 $1+2+3+4+5+6+7+8$</p> <p>觀察發現如下規律：</p> <p>七層有 7 個 1、6 個 2、5 個 3、4 個 4、3 個 5、2 個 6、1 個 7；</p>	<p>活動 3-2 之關鍵教學在於引導學生探索複合形體所隱含的數形關係：n 為偶數，第 1 層加到第 n 層積木總數為：$2 \times 2 + 4 \times 4 + 6 \times 6 + \dots + n \times n$。$n$ 為奇數，第 1 層加到第</p>

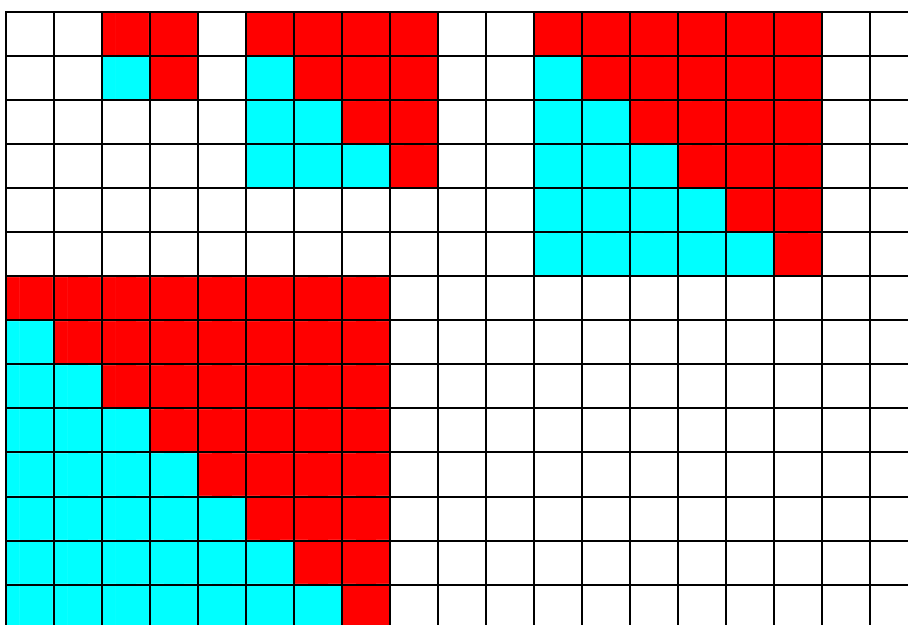
八層有 8 個 1、7 個 2、6 個 3、5 個 4、4 個 5、3 個 6、2 個 7、1 個 8，然後運算解題。

(3) 用積木做出第一層、第二層、第三層到第七層或第八層，然後將相鄰兩層積木合在一起，發現相鄰兩層積木合在一起是一個正方形，以此規律解題。由於七層是單數無法兩兩配對，經過實驗發現第二層和第三層、第四層和第五層、第六層和第七層積木合在一起是一個正方形，而將第一層獨立出來，以此規律解題。

(七層是單數無法兩兩配對，將第一層獨立出來)



(八層是偶數剛好兩兩配對)



3. 執行解題策略：以自身的解題策略與數學運算能力為基礎，利用運算輔助工具，進行解題與運算。學生可能作法：

(1) 先算出每一層總數，一層一層累加。

$$\text{七層：} 1+3+6+10+15+21+28=84$$

$$\text{八層：} 1+3+6+10+15+21+28+36=120$$

n 層積木

總數為：

$$1 \times 1 + 3 \times 3$$

$$+ 5 \times 5$$

$$+ \dots + n \times n$$

n。

(2) 根據下列算式，所發現的規律解題：

第一層 1

第二層 1+2

第三層 1+2+3

第四層 1+2+3+4

第五層 1+2+3+4+5

第六層 1+2+3+4+5+6

第七層 1+2+3+4+5+6+7

第八層 1+2+3+4+5+6+7+8

一到七層總數： $1 \times 7 + 2 \times 6 + 3 \times 5 + 4 \times 4 + 5 \times 3 + 6 \times 2 + 7 \times 1$

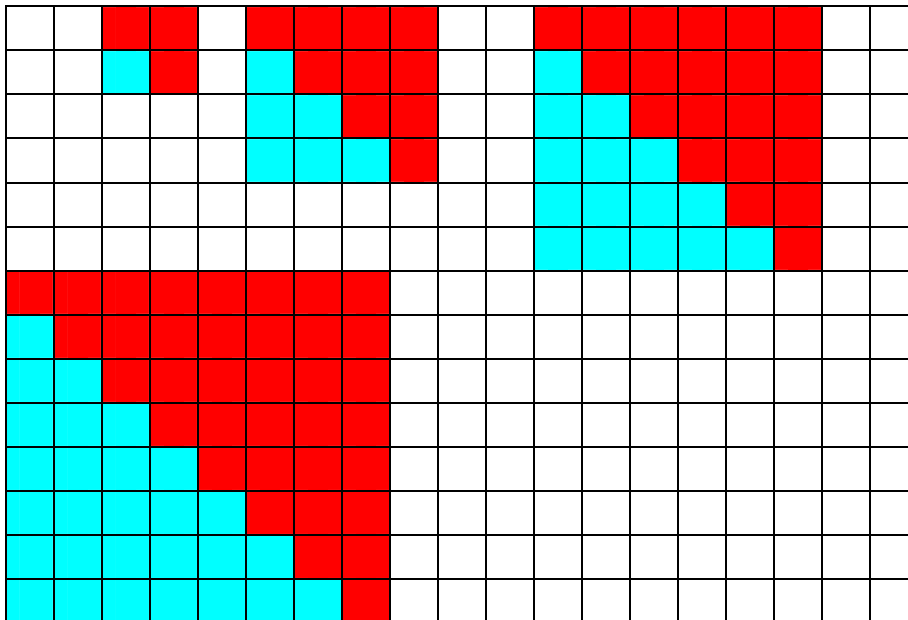
$$= (1 \times 7 + 2 \times 6 + 3 \times 5) \times 2 + 4 \times 4 = 68 + 16 = 84$$

一到八層總數： $1 \times 8 + 2 \times 7 + 3 \times 6 + 4 \times 5 + 5 \times 4 + 6 \times 3 + 7 \times 2 + 8 \times 1$

$$= (1 \times 8 + 2 \times 7 + 3 \times 6 + 4 \times 5) \times 2 = 60 \times 2 = 120$$

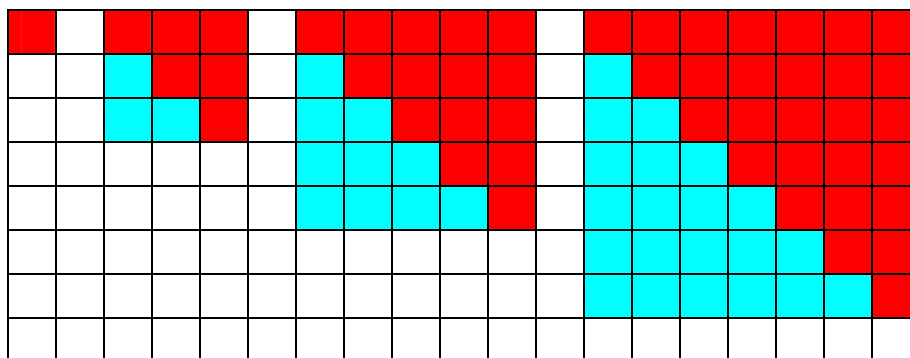
(3) 八層：用積木做出第一層、第二層、第三層到第八層，然後將相鄰兩層積木合在一起，發現相鄰兩層積木合在一起是一個正方形，以此規律解題。

$$2 \times 2 + 4 \times 4 + 6 \times 6 + 8 \times 8 = 4 + 16 + 36 + 64 = 120$$




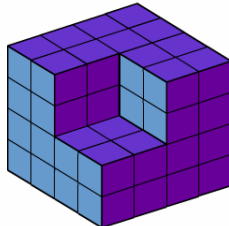
七層：由於七層是單數無法兩兩配對，經過實驗發現第二層和第三層、第四層和第五層、第六層和第七層積木合在一起是一個正方形，而將第一層獨立出來，以此規律解題。

$$1 + 3 \times 3 + 5 \times 5 + 7 \times 7 = 1 + 9 + 25 + 49 = 84$$



4. 回顧：透過發表、質疑與辯證，回顧前三步驟，驗證解題策略或運算正確與否，並檢視是否需要調整策略或矯正數學運算。

活動四：複合形體之體積計算與量感體驗

活動內容說明	備註
<p>【活動 4-1】</p> <p>教師布題：下圖中一個  的邊長是 2 公分，請問整個積木的體積是多少立方公分？</p>  <p>1. 瞭解問題：瞭解問題中已知的條件與未知的問題。 教師引導學生掌握已知條件是一個小正方體的邊長是 2 公分。</p> <p>2. 提出解題策略：將已知的條件與未知的問題產生關連，擬出解題策略，學生可能作法：</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 先算出 1 個小正方體的體積，再乘以個數。 (2) 先算出 8 個小正方體的體積，再乘以 7 份。 (3) 先算出 $4 \times 4 \times 4$ 整體積木的體積，然後減掉挖掉部分的體積。 <p>3. 執行解題策略：以自身的解題策略與數學運算能力為基礎，利用運算輔助工具，進行解題與運算。學生可能作法：</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 先算出 1 個小正方體的體積，再乘以個數。 $2 \times 2 \times 2 = 8$， $8 \times 56 = 448$ (2) 先算出 8 個小正方體的體積，再乘以 7 份。 	<p>活動 4-1 之關鍵教學在於引導學生從不同角度解題及澄清運算複合形體體積之迷思概念（學生可能產生以邊長 \times 個數或以面積 \times 個數的錯誤）。</p>

$$2 \times 2 \times 2 \times 8 = 64, \quad 64 \times 7 = 448$$

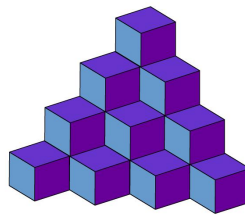
(3) 先算出 $4 \times 4 \times 4$ 整體積木的體積, 然後減掉挖掉部分的體積。

$$8 \times 8 \times 8 = 512, \quad 4 \times 4 \times 4 = 64, \quad 512 - 64 = 448$$

4. 回顧：透過發表、質疑與辯證，回顧前三步驟，驗證解題策略或運算正確與否，並檢視是否需要調整策略或矯正數學運算。

【活動 4-2】

教師布題：用邊長 1 公分、2 公分、10 公分的小正方體排出下圖，請問各個複合形體的體積分別是多少立方公分？並說說你的感覺。



- 1. 瞭解問題：**瞭解問題中已知的條件與未知的問題。
- 2. 提出解題策略：**將已知的條件與未知的問題產生關連，擬出解題策略。學生可能作法：
 - (1) 先分別算出邊長 1 公分、2 公分、10 公分的小正方體體積，再乘以個數。
 - (2) 以邊長 1 公分的小正方體體積為基準量，再根據邊長乘以倍數 2 倍、10 倍（此為錯誤解法）。
 - (3) 以邊長 1 公分的小正方體體積為基準量，再根據邊長乘以倍數 $2 \times 2 \times 2$ 倍、 $10 \times 10 \times 10$ 倍。
- 3. 執行解題策略：**以自身的解題策略與數學運算能力為基礎，利用運算輔助工具，進行解題與運算。

學生可能作法：

- (1) 先分別算出邊長 1 公分、2 公分、10 公分的小正方體體積，再乘以個數。

$$1 \times 1 \times 1 \times 20 = 20$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 20 = 160$$

$$10 \times 10 \times 10 \times 20 = 20000$$

- (2) 以邊長 1 公分的小正方體體積為基準量，再根據邊長乘以倍數 $2 \times 2 \times 2$ 倍、 $10 \times 10 \times 10$ 倍。

活動 4-2 之關鍵教學在於引導學生了解體積和邊長的關係並增進學生的體積量感。

邊長 1 公分的小正方體體積為 20 立方公分

$$20 \times 8 = 160$$

$$20 \times 1000 = 20000$$

4. 回顧：回顧前三步驟，驗證解題策略或運算正確與否，並檢視是否需要調整策略或矯正數學運算，然後發表、質疑辯證與總結。

學生在量感方面的感受及可能說法：

(1) 邊長 2，體積是 $2 \times 2 \times 2 \times 20 = 160$ ，

邊長 10，體積是 $10 \times 10 \times 10 \times 20 = 20000$ ，

邊長相差不多，體積卻相差好多！


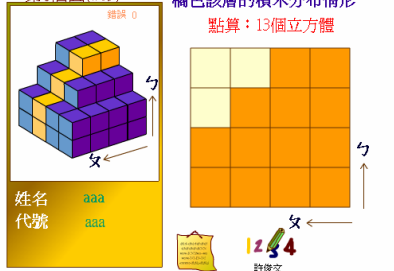

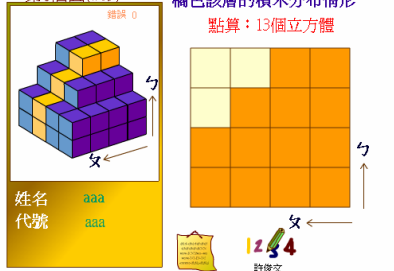

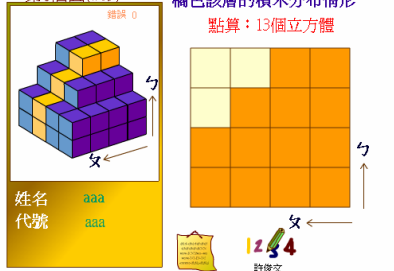
(2) 邊長 10，計算出來體積明明是 20000 立方公分，可是實際堆出形體（如下圖），看起來又覺得好像沒有 2 萬那麼大。



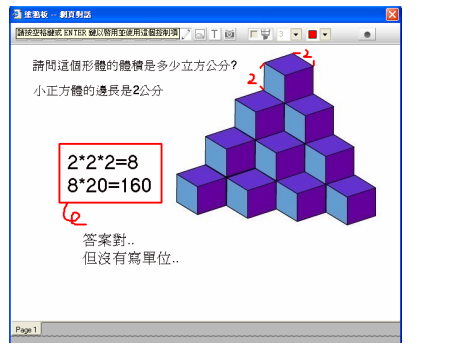
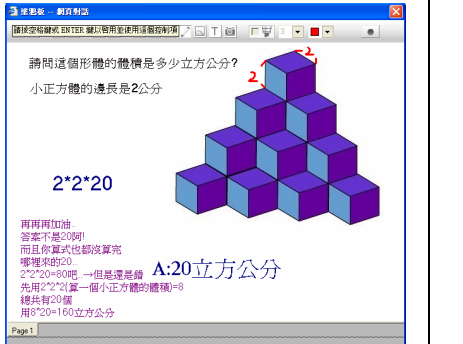
肆、教學評量

一、使用電腦教室，讓學生自行操作電腦進行評量。

http://www.paps.kh.edu.tw/aspx/math_menu/add_source_rec.aspx?rec=145

評量內容說明	備註				
<p>1. 請在下面 4x4 格子中選出左邊橘色該層積木的分布情形。</p> <p>2. 請將解答存成圖檔，貼到 K12 作業區。</p> <table border="1" data-bbox="236 1574 1141 1998"><thead><tr><th data-bbox="236 1574 689 1637">題目</th><th data-bbox="689 1574 1141 1637">學生解答舉例</th></tr></thead><tbody><tr><td data-bbox="236 1637 689 1998"><p>第5個圖(#19)</p><p>請在下面4x4格子中選出左邊橘色該層的積木分布情形</p><p>點算：0個立方體</p><p>姓名 aa 代號 qq</p></td><td data-bbox="689 1637 1141 1998"><p>第6個圖(#19)</p><p>請在下面4x4格子中選出左邊橘色該層的積木分布情形</p><p>點算：13個立方體</p><p>姓名 aaa 代號 aaa</p></td></tr></tbody></table>	題目	學生解答舉例	<p>第5個圖(#19)</p> <p>請在下面4x4格子中選出左邊橘色該層的積木分布情形</p> <p>點算：0個立方體</p>  <p>姓名 aa 代號 qq</p>	<p>第6個圖(#19)</p> <p>請在下面4x4格子中選出左邊橘色該層的積木分布情形</p> <p>點算：13個立方體</p>  <p>姓名 aaa 代號 aaa</p>	<p>配合活動一、二，此評量由電腦隨機出題檢測。</p>
題目	學生解答舉例				
<p>第5個圖(#19)</p> <p>請在下面4x4格子中選出左邊橘色該層的積木分布情形</p> <p>點算：0個立方體</p>  <p>姓名 aa 代號 qq</p>	<p>第6個圖(#19)</p> <p>請在下面4x4格子中選出左邊橘色該層的積木分布情形</p> <p>點算：13個立方體</p>  <p>姓名 aaa 代號 aaa</p>				

二、引入電子白板，根據學生寫出的解題策略，進行評量、同儕互評與回饋。

評量內容說明	備註	
<p>1. 請在電子白板上，寫出你的想法與作法。</p> <p>2. 請針對三個同學做互評和回饋，並修正自己的錯誤。</p> <p>學生解題與同儕互評示例：</p>	<p>配合活動一到四，此評量引入電子白板解題，將學習的解題歷程作完整之記錄，並引導學生進行同儕互評與回饋。</p>	
<p>甲生修正乙生的一般性錯誤</p>		<p>甲生修正乙生之數學性錯誤</p>
		

伍、教學省思

談到資訊融入教學，筆者一直把握的幾個重點是如何明確掌握資訊融入教學的切入點，以及如何發揮資訊科技的特性來協助學生學習。近幾年來，透過教學、討論、省思、再教學等歷程，已慢慢掌握資訊融入教學的核心。以本教學活動設計來說，由於資訊融入教學切入點的選擇正確，使得複合形體之教學如魚得水，當積木切割之動態圖像呈現在螢幕時，學生幾乎不約而同發出讚嘆的聲音，由學生感性的回應及豐富的學習成果，可見數位素材若是設計得當，對學生的學習興致和學習成效均具有相當高的影響力。

此外，運用電子白板進行評量，並引導學生針對同學的解法進行數學性的回饋或批判，也是本活動的特色之一。實施之初，多數學生不太習慣給予他人回饋，僅簡短給予「單位忘了寫」、「寫錯了請修正」、「寫得很好」之一般性回饋，僅有少數一兩位學生能提出具有「數學味」的意見，如「體積是 $2 \times 2 \times 2$ ，不是 2×2 ， 2×2 是面積」。經過同儕作品的觀摩分享及教師的鼓勵講評，慢慢的已有較多學生能提出數學性的質疑批判，或針對同儕的指正給予適當的答覆，進而建立起良好的互動學習模式。以現階段

國小學童而言，運用電子白板進行同儕互評與回饋還是有點難度，但是，為了能夠提升學生的批判思考能力，仍然期待大家一起來耕耘與開發。

本文所述之「以資訊融入波利亞數學解題模式之教學」，可延伸到所有複合形體的教學，也可以延伸到所有強調解題與推理的題材。至於數位素材與電子白板的使用，教師可因應實際教學資源的情況，擇一使用即可。建議教師盡量蒐集或自行研發適當的數位素材，並慢慢熟悉電子白板功能，然後將波利亞數學解題模式四個解題步驟「瞭解問題—提出解題策略—執行解題策略—回顧」與教學流程「布題—解題—發表、質疑辯證」做強力的結合，並持之以恆，相信學生學習成效的提升是指日可待的。

陸、結語

本文複合形體的教學，由於所使用的數位素材相當吸引人，因此筆者曾經將其介紹到台灣各縣市、中國大陸，甚至介紹到西班牙。也曾辦過多次教學演示，包括：2005年4月英國教師團隊蒞臨台灣參訪，在高雄市博愛國小教學演示；2005年10月兩岸四地教學研討，在大陸珠海教學演示；2006年12月ICT創新教學研討，在高雄市永清國小教學演示；2007年10月兩岸四地教學研討，在大陸成都教學演示。雖然參與學習的學生不同，教學內容深度不同，參觀教學的教師也不同，但是回饋都是一樣的熱烈。期望透過這篇文章的分享，能夠讓更多教師和學生共享此一精采的一課。

參考文獻

- G. 波利亞著、閻育蘇譯（1993）。**怎樣解題**。台北市：九章。
- 教育部（2003）。**國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域**。台北：教育部。
- 洪雪芬、黃寶嬋、黃武元、陳年興（2003）。同儕式多媒體討論區促進數學問題解決之研究—以國小分數除法為例。**高雄市國教輔導團2003教育論壇成果彙編**，137-157頁。
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

後記

將教學理論落實於教學實務之中，可以提升學生學習興趣和成效，個人不但認同，也努力加以實踐。很高興在任教第 30 年的今天，還能夠在教學活動設計的撰寫上有更深一層的認識與成長。



大家一定會問，研發此類型的教學示例會不會很難，撰寫時需注意哪些要點？以個人撰寫教學示例的經驗來說，在撰寫教學活動設計之初，要先選定數學教學的題材，並從「教學理論、學習理論、繪本、資訊科技、教具或創意點子」中，選擇一個或兩個項目做為搭配（以本教學示例來說，選擇的數學教學題材是複合形體，搭配的項目是資訊科技和波利亞數學解題模式）；其次要從 why、what、how 三個向度一一檢視「為什麼選擇這個理論和資訊科技來搭配這份數學題材、理論的內涵是什麼、數學題材的內涵是什麼、資訊科技要如何運用、此三者又要如何融合等」；然後著手撰寫「設計架構」；當設計架構確定後，教學活動內容的撰寫，就有如行雲流水一般順暢了。

整體而言，「設計架構」的產出過程會有點難度；必須重新審視數學教材內涵、重新閱讀教學理論，並仔細思考如何將理論紮紮實實的融入教學活動設計中；也正因為這樣，經過這一趟洗禮，數學教學專業知能的成長是看得到的，歡迎有意增進數學教學專業知能的教師，一起來品味這一份成長的喜悅。

洪雪芬 97.01.12

高雄市國教輔導團數學領域教學示例系列叢書（一）

積木的心思您別猜

《以資訊融入波利亞數學解題模式於複合形體之教學》

出版者：高雄市政府教育局國教輔導團

發行人：鄭英耀

指導委員：劉曼麗、簡清華

諮詢委員：陳金源、郭金池、余錦漳、王進焱、顏奇坪

林維綱、沈廣城、盧威志、熊治剛

作者：洪雪芬

研編小組：許淑珠、張獻中、蘇聰榮

顏錦偉、廖惠儀、郭逸民

數位設計：許俊文

地址：高雄市前金區河南二路 196 號

電話：(07) 2010719~22

印刷：正合印刷有限公司

電話：(07) 2319705. 2718635

出版日期：2008 年 02 月