

2011年南臺灣教育論壇

運用 PISA 評量試題
於國小六年級之數學解題初探

研究者

高雄市博愛國小 洪雪芬

連絡作者：洪雪芬、0920315237、q1121@ms5.hinet.net

發表日期：100年7月25日

運用 PISA 評量試題於國小六年級之數學解題初探

研究者：高雄市博愛國小教師 洪雪芬

摘 要

PISA (the Programme for International Student Assessment) 國際學生能力評量強調評量學生在閱讀、數學和科學方面的素養，評量對象為 15 歲學生。以數學領域來說，是否只要國中數學教師了解 PISA 評量趨勢即可？其實以培養「數學素養」的觀點來看，應該從國小開始做好扎根工作。本研究的目的是瞭解國小六年級學生在 PISA 樣本試題之數、量、形三種題型中，數學解題與說理表現；進而探討如何澄清學生的數學迷思概念及如何提升學生數學解題與說理能力。本文從 PISA 評量題目篩選、評分規準設定、學生的解題類型分析、以個別訪談進行補救教學及以解題觀摩討論來深化學習等向度，詳細描述國小六年級運用 PISA 評量試題的作法與反思，期望能提供有意從國小開始培養學生數學素養的教育單位、教師或家長參考。

關鍵字：數學素養、PISA 評量、QUASAR 紙筆認知評量、數學解題。

運用 PISA 評量試題於國小六年級之數學解題初探

壹、前言

PISA (the Programme for International Student Assessment) 是一項強調基礎素養與終身學習能力的國際性標準化評量，評量對象為 15 歲學生，目的是評量學生在數學、科學和閱讀方面的素養、能力及面對成人生活的準備度 (洪碧霞, 2011)。PISA 從 2000 年開始實施，每三年舉辦一次，台灣學生於 2006 年首次參與 PISA 國際學生能力評量，數學表現相當優異，在參加的 57 個國家(地區)中，名列第一；然而，2009 年數學名次卻在 65 個國家(地區)中，排行第五；雖然我們都知道，若是以成績來看，台灣學生在此兩次評量的數學表現，並沒有顯著差異，然而，此評量結果已引起數學教育界廣泛的關注。

今年(2011 年)教育部和國科會積極合作辦理「數學素養的評量設計」教師工作坊，分台北、宜蘭、新竹、台中、台南及高雄等六區進行，目的是引導國中數學教師了解 PISA「評量數學素養」的教育趨勢，進而培養國中數學教師設計「評量數學素養」試題的能力。既然，PISA 評量對象為 15 歲學生，那麼，是否只要國中數學教師了解 PISA 評量趨勢即可？不，筆者認為以培養「數學素養」的觀點來看，應該從國小開始做好扎根工作。

基於此，筆者仔細分析 PISA 樣本試題，發現若是以課程綱要之數學能力指標來對照的話，幾乎有半數以上的題目是國小學生能力所及的；然而，由於 PISA 強調評量數學素養，因此題目的內容呈現方式和解題要求，大多是國小學生所不熟悉的，也就是說幾乎都是非例行性的問題。因此，當國小學生遇見 PISA 評量試題，其數學解題與說理能力為何，成為我們關注的第一個問題。

PISA 評量的每一個題目都分別提供評分標準，而其標準是因應 15 歲學生而設的，因此，運用 PISA 樣本試題於 12 歲的國小學生，若是以 PISA 提供評分標準來評分，其目的應僅止於提供教師了解學生表現，作為教學改進參考。因此，在以瞭解學生的數學迷思概念及解題說理表現為前提之下，我們採用 QUASAR (Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning) 紙筆認知評量的評分規準來評分。QUASAR 紙筆認知評量強調認知過程包含理解數學題目、察覺數學關係、組織訊息、系統化闡述、評價答案的合理性、推論結果、證明答案和溝通數學想法；表徵類型包含文字、算式、圖形和圖表等。QUASAR 紙筆認知評量規準注重評量學生在數學解題、推理和溝通方面的表現 (Anthony, N. 1989, Lane, S. & Silver, E. A. 1995.)，與 PISA 評量強調數學素養的理念完全吻合。當然，如何從學生的解題表現，澄清學生的數學迷思概念，提升學生的數學解題與說理能力，則是我們關注的第二個問題。

基於上述之問題，本研究的目的如下：一、瞭解學生在 PISA 樣本試題之數、量、形三種題型中，數學解題與說理的表現。二、探討如何從學生的解題表現，澄清學生的數學迷思概念，提升學生的數學解題與說理能力。

貳、文獻探討

一、PISA 評量

根據 PISA 國家研究中心網站 (<http://pisa.nutn.edu.tw/>) 所提供的 PISA 相關資料顯示，PISA (the Programme for International Student Assessment) 學生能力國際評量計畫，是由 OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) 經濟合作暨發展組織自 1997 年起籌劃，2000 年正式推出的一項國際學生能力評量計畫。參與國家 (地區) 數量從 2000 年 43 個，2003 年 41 個，2006 年 56 個，到 2009 年 68 個，逐次遞增；也就是說，目前已有超過 68 個 OECD 會員國與夥伴國 (地區) 參與計畫，約涵蓋了 87% 的世界經濟體。

PISA 評量對象為 15 歲學生，目的是評量學生在數學、科學和閱讀方面的素養、能力及面對成人生活的準備度 (洪碧霞, 2011)。之所以選擇十五歲學生，是因為多數 OECD 國家這個年齡的學生正處於義務教育完備的階段，此時進行評量可以了解學生接受約十年教育的成果。每次 PISA 評量，各國約有 150 所學校，4500-10000 名學生受測，這些學生係選自公立學校的隨機樣本，且是依據年齡 (介於 15 歲 3 個月至 16 歲 2 個月的學生) 而非以年級做選擇。以台灣的學制來說，這個年齡的學生大約是就讀國三、專一和高一。

PISA 評量包含閱讀、數學和科學三個向度，每次 PISA 評量會以一個學科領域為主，其他兩個學科領域為輔；為主的學科領域施測時間大約佔全部施測時間的三分之二，週期排列如下：2000 年**閱讀**為主科，科學和數學為輔；2003 年**數學**為主科，閱讀和科學為輔；2006 年**科學**為主科，閱讀和數學為輔；2009 年又回到**閱讀**主科，科學和數學為輔；2012 年則是**數學**為主科，閱讀和科學為輔，而且 2012 年，還要另外加測線上**問題解決能力** (Problem Solving)。

關於 PISA 評量之閱讀，數學和科學的素養程度，說明如下：(1) 閱讀：所謂閱讀的素養意旨，產生閱讀行為的各種情境。情境架構概括為：個人、教育、職業、公眾。由於題材取自生活中廣泛的文字訊息，文本的形式相當多元，如：散文、敘事、論述、廣告文宣、官方文件或聲明、故事寓言、報告表單等。評量的重點在於對文本訊息的擷取、發展解釋、省思與評鑑文本內容、形式與特色。

(2) 數學：主要定義包含四大概念；數量、空間與形狀、改變與關係、不確定性。所須的技巧如：數學語言的理解、建模、解題假設執行。評量架構則定義為五種情境；個人的、教育的、職業的、公眾的、科學的。題材融入了現在國民都會碰到的全球暖化、溫室效應、人口成長、浮油與海洋、酸雨或運動常識等課題，生活化的課題都是可涵蓋的範圍。(3) 科學：主要概念包含物理、化學、生物、科學及地球與太空科學等。應答能力上，要求受測學生須解釋及預測科學現象、提供假設、使用科學證據並瞭解科學調查，命題領域擴及生命與健康科學、地球與環境科學及科技科學。

PISA 評量強調的知識技能包括；溝通、適應性、學習策略、彈性、時間管理、自我信念、問題解決、資訊技巧等。發展這些跨課程的技能需要一個廣泛跨課程的評量。因此，試題的設計著重在應用及情境擬態，並不圈限於課程內容，受測學生須先把資訊理解並將統整、評鑑、省思能力靈活運用，自行建構問題情境的答案。而評量的焦點是學生能否使用習得知識技能，面對真實世界的挑戰而非僅是學校課程的精熟程度。因此，PISA 的重點目標是提供一個穩定的參考點用以監控教育系統的革新，參與國家可以透過比較分析瞭解到自己國家的學生在各項素養相對的優勢與劣勢，作為教育改進的參考。

二、數學解題說理與 QUASAR 紙筆認知評量

當代數學教學思潮中，國小數學教育目標除了引導學生掌握數、量、形的概念與關係之外，亦強調發展學生解題、說理與溝通的能力。1993 年起，國內之國小數學教學在發表能力的培養和班級討論文化的提倡下，課堂中學生說數學、討論數學的精彩場景處處可見，然而近年來，課堂中熱烈發表與討論數學的景象已大幅減少，究其原因，除了實施九年一貫課程，數學領域教學時數減少之因素外，最大的原因應該是在推出解題溝通導向之數學教學之際，未能同時推出相對應之解題說理評量機制。

QUASAR (Quantitative Understanding : Amplifying Student Achievement and Reasoning) 教學評量研究計畫為美國匹茲堡大學為提升經濟不利地區高中學生的數學思考及推理能力所進行的一個評量計畫。QUASAR 計畫使用種種評量來評估學生是否達到推理、解題、溝通之數學教學目標，包括易於大團體實施的學生紙筆認知評量；易於班級教學實施的教學導向作業，像是合作學習、個別操作的評量；以及針對重要態度、信念和性向的非認知評量。其中最具特色的是 QUASAR 紙筆認知評量工具的發展，評量分為數學內容、認知過程、表徵類型與任務背景等四個向度；數學內容包含數、計算、測量、機率和統計、幾何、代數、估計、模式；認知過程包含理解數學題目、察覺數學關係、組織訊息、系統化闡述、評價答案的合理性、推論結果、證明答案和溝通數學想法；表徵類型包含文字、算式、圖形和圖表等；任務背景則融入題目設計中 (Anthony, N. 1989, Lane, S. & Silver, E. A. 1995.)。總之，QUASAR 紙筆認知評量注重評量學生在數學解題、推理和溝通方面的表現，與 PISA 評量數學素養的觀點相當吻合。QUASAR 紙筆認知評量的評分規準如下：

表 2-1 QUASAR 紙筆認知評量的評分規準

Level	評 分 規 準
Level 5	答案正確，計算過程和文字說明完整或圖形說明正確。
Level 4	答案正確，計算過程和文字說明或圖形說明正確，但不夠完整。
Level 3	答案正確，計算過程正確，但無文字或圖形說明。
Level 2	答案不正確，但包含正確的數學推理；或只有一正確答案而無計算過程。
Level 1	嘗試回答

洪雪芬(2004)研究指出在數學評量上實施 QUASAR 紙筆認知評量有三大優點：(1) 可以及早發現及導正學生的數學迷思概念，並提昇學生數學解題與說理的能力。(2) 可以促使教師在課程和教學上作改變，因為透過學生數學解題說理能力的質性分析，教師將可以輕易掌握每個學生數學解題說理的能力，也可以清楚的瞭解全班學生數學解題說理層次的分佈情形、全班學生的正確解題類型和錯誤解題類型等，當教師手上擁有充分的學生學習表現資料時，勢必會促使教師在課程和教學上作調整與改變，進而選擇更符合增進學生高層次數學能力的教學策略。(3) 可以提升編製複式評量和選擇題試題的品質，複式評量的作法是從學生之解題記錄中，各選擇一至二種正確解法和錯誤解法，混合組成一個評量題目，以評量學生判斷正誤及修正錯誤之能力，QUASAR 紙筆認知評量 Level 5, 4, 3 之正確解題資料和 Level 2, 1 之錯誤解答，正是編製複式評量試題的主要依據。此外，編製選擇題最難的地方就在於選項答案數據之設定，而 QUASAR 紙筆認知評量 Level 2 和 1 之錯誤解答，乃編製「誘答」選項之最佳參考，因此，若是教師先實施 QUASAR 紙筆認知評量，再進行複式評量試題和選擇題之編製，將可以提升複式評量試題和選擇題試題之品質。

三、數學學習與數學解題

Richard R. Skemp(1987)指出數學學習分為「因果式理解」和「機械式的理解」，因果式理解是知其然也知其所以然；機械式的理解則是沒有理由的規則。然而，研究發現許多老師和學生口中的理解竟然是「機械式的理解」，這就是造成學生產生數學迷思概念及畏懼數學的一大因素。任何人身處符號系統過度優勢、概念結構過度萎縮的教學情境時(即只會操作數學符號但不懂數學意義)，絕對會因為無法理解而失去學習數學的自信；相對而言，若是教師能夠引導學生透過數學解題與說理活動，進行「因果式理解」之數學學習，相信學生的數學迷思概念將會減少或得到澄清。至於，如何引導學生解題，以達到因果式理解的成效，可依據波利亞(1993)所提出數學解題模式四個步驟來進行，波利亞數學解題模式四步驟為：1. **瞭解問題**：瞭解問題中已知的條件與未知的問題。2. **提出解題策略**：將已知的條件與未知的問題產生關連，擬出解題策略。3. **執行解題策略**：以自身的解題策略與數學運算能力為基礎，利用運算輔助工具，進行解題與運算。4. **回顧**：回顧前三步驟，驗證解題策略或運算正確與否，並檢視是否需要調整策略或矯正數學運算。總之，教師若能透過波利亞數學解題模式四步驟來引導學生學習數學，則可以提升學生數學解題說理能力，達到因果式理解成效，讓數學迷思概念消失於無形。

參、研究設計

一、研究方法

本研究的研究方法為內容分析法和個別訪談。

二、研究對象

本研究實施對象為高雄市博愛國小六年級 31 位學生。

三、研究工具

本研究評量內容有四題，涵蓋幾何、數量、統計三個主題，題目篩選以「學生易產生迷思概念」、「能培養學生讀題能力」及「能提升學生說理能力」的題目為原則。第一題題目特色：內容敘述清楚，解題要求是學生熟悉的，評量重點是空間能力與迷思概念，屬於幾何題材。第二題題目特色：內容敘述複雜，解題要求是學生不太熟悉的，評量重點是處理複雜資訊的能力，屬於數量題材。第三、四題題目特色：內容敘述清楚，解題要求是學生不熟悉的，評量重點是解讀統計圖與說理的能力，屬於統計題材。本評量之第一題，題目屬於填充題，含四個子題，原題目只要求寫出答案；為了能確實掌握學生解題思維，在第一題的「問題 4」和第二題加入「請寫出你的想法」之要求。題目內容如下：

【第一題】積木問題

蘇珊想要利用下圖的小立方體來做出積木模型：



小立方體

蘇珊有許多像上面這樣的小立方體，她利用膠水將許多的小立方體黏起來成為積木模型。首先，蘇珊拿了 8 個小立方體做出圖 A 的積木模型。

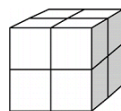


圖 A

然後，蘇珊再做出了圖 B 和圖 C 的積木模型。

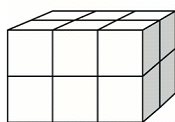


圖 B

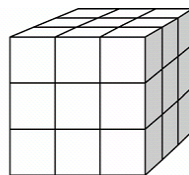


圖 C

問題 1：蘇珊需要拿多少個小立方體才能做出圖 B 的積木模型？答：.....個

問題 2：蘇珊需要拿多少個小立方體才能做成圖 C 的積木模型？答：.....個

問題 3：蘇珊想到可以用比實際還要少的小立方體來作出圖 C 的積木模型。

她想用膠水黏出一個看起來像圖 C，但是內部是中空的積木模型。

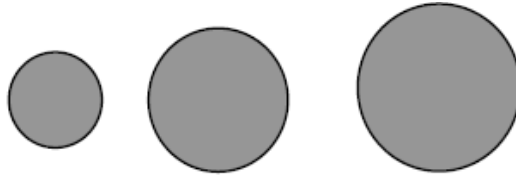
問蘇珊需要多少個小立方體來做出這個看起來像圖C，
但是內部卻是中空的積木模型。答：.....個

問題 4：現在，蘇珊想要做出一個6個小立方體長、5個小立方體寬、4個小立方體高的積木模型。假如她想要用最少的小立方體，並在內部留出可能最大的空心空間。蘇珊需要最少幾個小立方體？答：.....個

◎請寫出你的想法。

【第二題】硬幣問題

你被要求設計出一套新的硬幣。所有硬幣都是圓形，且顏色都是銀色，但是有不同的直徑。



研究者發現了一個理想的硬幣系統，其符合以下要求：

- 硬幣直徑不可小於 15 毫米，且不可大於 45 毫米
- 每個硬幣的下一個硬幣的直徑必須比它大至少 30%。
- 鑄造的機械只能生產出直徑為整數的硬幣(如：可以製造 17 毫米，但無法製造 17.3 毫米)。

問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。

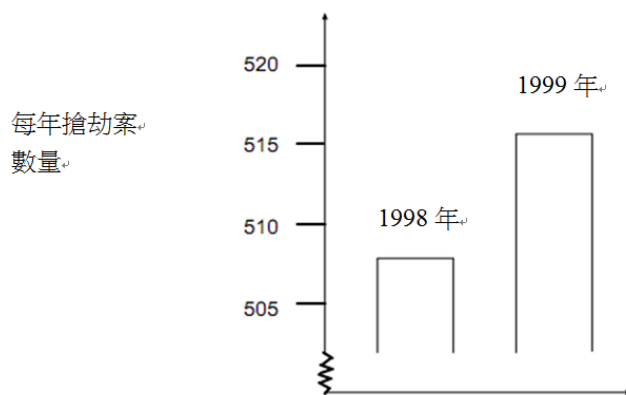
從一枚 15 毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？

◎請說明你的想法。

【第三題】搶劫問題

電視主播呈現了下圖並報導：

「從圖表顯示，從 1998 年到 1999 年搶劫案數量有巨幅的上升」。

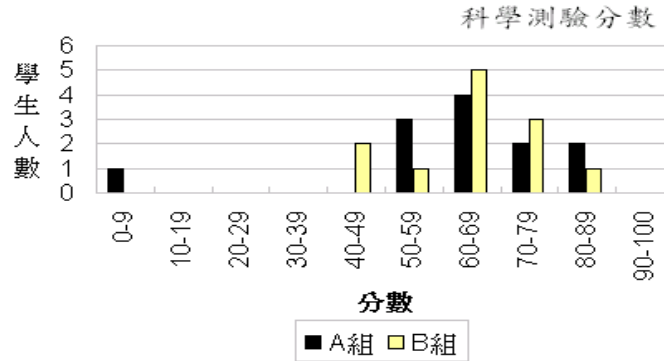


你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？

請寫出一個理由來支持你的答案。

【第四題】測驗分數

下圖是兩組學生參加科學測驗的結果，這兩組學生分別稱為 A 組和 B 組。A 組的平均分數是 62.0 分，B 組的平均分數是 64.5 分。當學生得分為 50 分或以上時他們便通過這個測驗。



由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。

但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。

四、評分工具

本研究的所有評量問題均以 PISA 評量所提供的評分標準來評分(附錄一)，以掌握學生的數學數養表現；第一題的問題 4 和第二、三、四題則再運用 QUASAR 紙筆認知評量的評分規準來評分，以了解學生的解題與說理的能力。筆者根據題目的屬性及解題要求，將 QUASAR 紙筆認知評量評分規準原版小修如下：

表 3-1 第一題問題 4 和第二題的 QUASAR 紙筆認知評量評分規準

Level	QUASAR 評分規準
Level 5	答案正確，計算過程和文字說明完整或圖形說明正確。
Level 4	答案正確，計算過程和文字說明或圖形說明正確，但不夠完整。
Level 3	1. 答案正確，計算過程正確，但無文字或圖形說明，或文字圖形說明錯誤。 2. 答案正確，文字或圖形說明正確，但無計算過程，或計算過程錯誤。
Level 2	答案不正確，但包含正確的數學推理；或只有一正確答案而無計算過程。
Level 1	嘗試回答。

表 3-2 第三題和第四題的 QUASAR 紙筆認知評量評分規準

Level	QUASAR 評分規準
Level 5	答案正確，文字說明正確完整。
Level 4	答案正確，文字說明正確，但不夠完整。
Level 3	答案正確，但無文字說明，或文字說明錯誤。
Level 2	答案不正確，但包含正確的數學推理。
Level 1	嘗試回答。

五、實施流程

本次評量涵蓋三類題型，四個題目；第一題題目特色是內容敘述清楚，解題要求是學生熟悉的，因此教師不做任何說明，直接施測；第二題題目特色是內容敘述複雜，解題要求是學生不太熟悉的，因此實施方式為先讓學生自行閱讀題目，以試探學生讀題能力，由於五分鐘後只有 3 位學生看懂題目，再過三分鐘還是只有 7 位學生看懂題目，於是由教師進行題目導讀，再施測；第三、四題題目特色是內容敘述清楚，解題要求是學生不熟悉的，由於，題目屬於統計範疇，因此教師先講幾個有關統計的笑話，再讓學生自行閱讀題目及解題。實施流程如下：

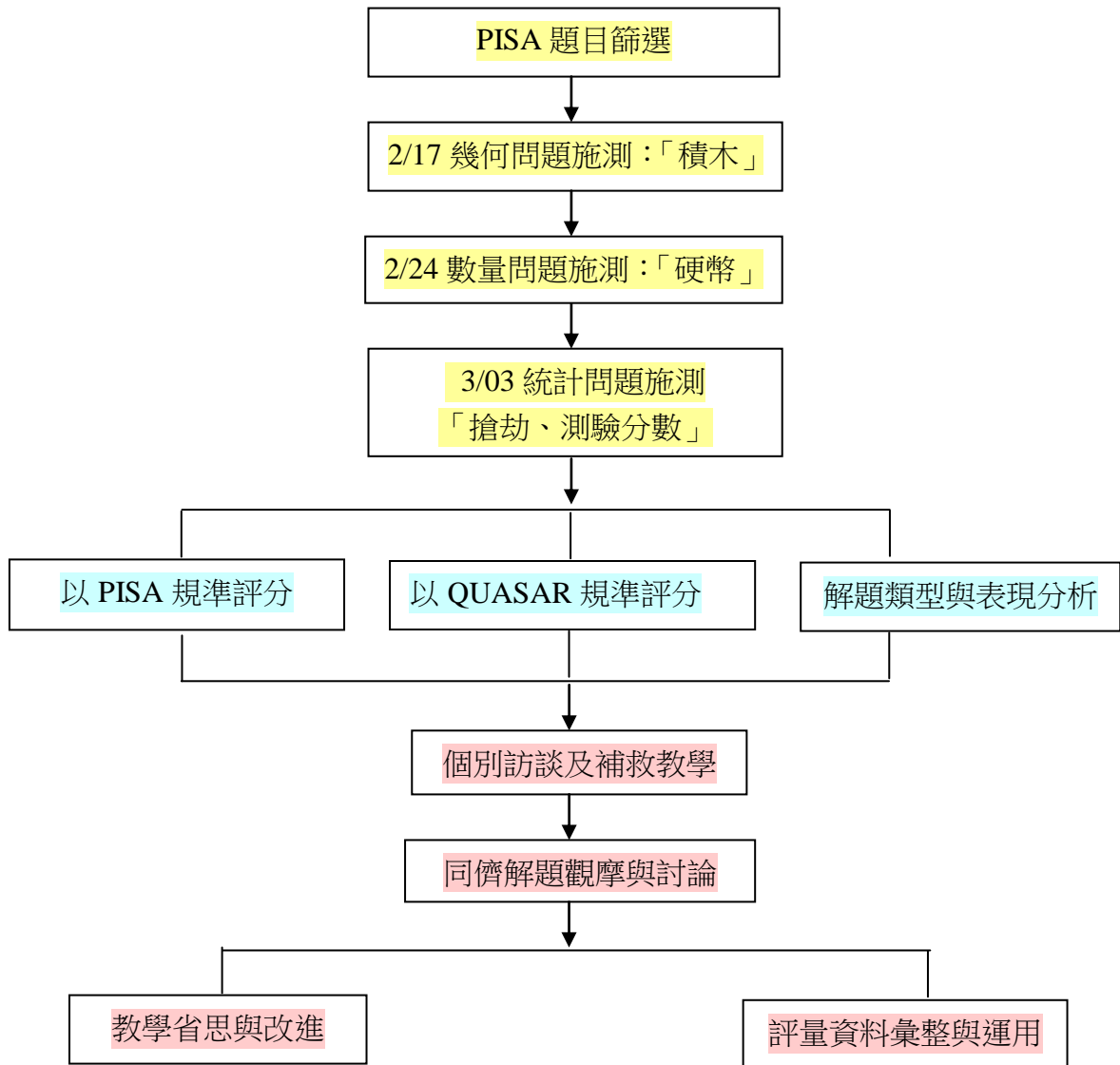


圖 3-1 「運用 PISA 評量試題於國小六年級之數學解題初探」之實施流程

六、補救教學與深化學習

本研究在評量之後，依據題目性質和學生表現進行補救教學與深化學習，第一、二題需要計算、解題和說理，因此，先採用個別訪談進行補救教學，澄清學生的數學迷思概念；再透過解題觀摩討論，進行深化學習。第三、四題僅要求學生評析與說理，學生表現落差較大，因此直接透過解題觀摩討論，進行深化學習，提升學生說理的能力。

肆、學生之解題表現分析

一、「積木」問題之解題表現分析

(一) 以 PISA 之評分標準來評分，學生之解題表現分析

題號	代號 1 (滿分)		代號 0 (零分)		代號 9 (沒作答)	
	人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比
問題 1	31 人	100%	0 人	0%	0 人	0%
問題 2	31 人	100%	0 人	0%	0 人	0%
問題 3	27 人	87%	4 人	13%	0 人	0%
問題 4	24 人	77%	7 人	23%	0 人	0%

「積木」問題之整體評量表現為問題 1、問題 2 滿分 100%；問題 3 滿分 87%，零分 13%；問題 4 滿分 77%，零分 23%。本題為幾何題材，內容敘述清楚，解題要求是學生熟悉的，因此，有四分之三以上的學生達到 PISA 的要求水準。

(二) 以 QUASAR 紙筆認知評量之評分規準來評分，學生之解題表現分析

解題類型分析			評分 Level 1-5 人數				
			5	4	3	2	1
答案正確	類型一	算式正確，圖形正確。 $6 \times 5 \times 4 = 120$ $(6-2) \times (5-2) \times (4-2) = 24$ $120-24 = 96$ 答：96 個	14				
	類型二	算式正確，圖形正確。 上下： $5 \times 6 \times 2 = 60$ 中： $2 \times 6 \times 2 + 2 \times 3 \times 2 = 36$ 合： $60 + 36 = 96$ 答：96 個	1				
	類型三	算式正確，文字說明正確。 全部 $6 \times 5 \times 4 = 120$ ， 中空 $4 \times 3 \times 2 = 24$ ， $120 - 24 = 96$ 答：96 個	1				
	類型四	算式正確，沒有圖形。 $6 \times 5 \times 4 = 120$ ， $4 \times 3 \times 2 = 24$ $120 - 24 = 96$ 答：96 個			1		
	類型五	圖形正確，沒有算式。			3		
	類型六	算式正確，圖形錯誤。 $6 \times 5 \times 4 = 120$ ， $120 - 24 = 96$ 答：96 個			1		
	類型七	算式格式錯誤，圖形錯誤。 $6 \times 5 \times 4 - 6 - 2 \times 5 - 2 \times 4 - 2 = 120 - 24 = 96$ 答：96 個				1	
	類型八	圖形錯誤，沒有算式。答：96 個				2	
答案錯誤	類型一	圖形正確，算式錯誤。 $6 \times 5 \times 2 = 60$ ， $6 \times 4 \times 2 = 48$ $5 \times 4 \times 2 = 40$ ， $60 + 48 + 40 = 148$ 答：148 個				2	
	類型二	圖形正確，沒有算式。答：72 個				1	
	類型三	圖形錯誤，算式錯誤。 $6 \times 5 \times 4 = 120$ ， $4 \times 3 = 12$ $120 - 12 = 108$ 答：108 個					1
	類型四	圖形錯誤，算式錯誤。					3
計	人數		16	0	5	6	4

由上表之解題類型分析，得知達到 Level 5 有 16 位，超過全班人數二分之一；答案正確，達到 Level 3 和 2 的 11 位學生，需澄清其迷思概念，並加強解題說理能力；答案錯誤，成績為 Level 1 的 4 位學生，需個別指導以建立其數學概念。本題有 4 位學生無法正確繪製 $6 \times 5 \times 4$ 的立體圖，以致無法解題；更有 4 位學生雖然答案正確，但卻無法正確繪製 $6 \times 5 \times 4$ 的立體圖；可見立體圖形之繪製

是國小學生學習困難所在。此外，有 1 位學生呈現之數學迷思概念是從六個面一一計數積木個數，而沒有察覺需要扣掉重複的積木。

(三) 以 QUASAR 紙筆認知評量評分規準來評分，學生之解題示例萃取

Level 5 答案正確，計算過程和文字說明完整或圖形說明正確。	
<p>問題 4：現在，蘇麗想要做出一個 6 個小立方體長、5 個小立方體寬、4 個小立方體高的積木模型。假如她想要用最少的小立方體，並在內部留出可能最大的空心空間。蘇麗需要最少幾個小立方體？ ◎請寫出你的想法。</p> <p>(上)由圖得知，拿掉外面的積木，有 12 個小立方體 (中)由圖得知有 2 層</p> <p>$6 \times 5 \times 4 = 120$ $4 \times 3 \times 2 = 24$ $\begin{array}{r} 120 \\ - 24 \\ \hline 96 \end{array}$</p> <p>A: 96 個</p>	<p>◎請寫出你的想法。</p> <p>$6 \times 5 \times 4 = 120$ $120 - 24 = 96$</p> <p>中空: $6-2=4$ $5-2=3$ $4-2=2$ $4 \times 3 \times 2 = 24$</p> <p>外表 中空</p> <p>A: 96 個</p>
<p>$6 \times 5 \times 4 = 120$ $2 \times 4 \times 3 = 24$ $120 - 24 = 96$</p> <p>A: 96 個</p>	<p>$6 \times 5 \times 4 = 120$ $(6-2) \times (5-2) \times (4-2) = 24$ $120 - 24 = 96$</p> <p>A: 96 個</p>
Level 3 1. 答案正確，計算過程正確，但無文字或圖形說明，或文字圖形說明錯誤。 2. 答案正確，文字或圖形說明正確，但無計算過程，或計算過程錯誤。	
<p>$6 \times 4 \times 5 = 120$ $120 - 24 = 96$</p> <p>A: 96 個</p>	<p>A: 96 個</p>
Level 2 答案不正確，但包含正確的數學推理；或只有一正確答案而無計算過程。	Level 1 嘗試回答。
<p>◎請寫出你的想法。</p> <p>$6 \times 4 \times 2 = 48$ $6 \times 5 \times 2 = 60$ $5 \times 4 \times 2 = 40$</p> <p>$\begin{array}{r} 60 \\ + 48 \\ \hline 108 \\ + 40 \\ \hline 148 \end{array}$</p> <p>A: 148 個</p>	<p>◎請寫出你的想法。</p> <p>$6 \times 4 \times 4 = 120$ $6 \times 5 = 30$ $120 - 30 = 90$</p> <p>A: 90 個小立方體</p>

學生解題示例萃取，可提供學生解題觀摩的機會，也可提供教師教學改進之參考。

二、「硬幣」問題之解題表現分析

(一) 以 PISA 之評分標準來評分，學生之解題表現分析

代號 1 (滿分)		代號 8		代號 0 (零分)		代號 9 (沒作答)	
人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比
15 人	48%	12 人	39%	4 人	13%	0 人	0%

「硬幣」問題之整體評量表現為滿分 48%；代號 8 有 39%，零分 13%。本題為數量題材，內容敘述複雜，解題要求是學生不太熟悉的。因此，雖然經過題目導讀，達到 PISA 要求水準的學生還是不到二分之一。

(二) 以 QUASAR 紙筆認知評量之評分規準來評分，學生之解題表現分析

解題類型分析			評分 Level 1-5 人數				
			5	4	3	2	1
答案正確	類型一	會使用 \div 符號 $15 \times 1.3 = 19.5 \div 20$ ， $20 \times 1.3 = 26$ $26 \times 1.3 = 33.8 \div 34$ ， $34 \times 1.3 = 44.2 \div 45$ A: 15, 20, 26, 34, 45	4	2	4		
		會使用 \div 符號 $15 \times 0.3 = 4.5 \div 5$ ， $15 + 5 = 20$ $20 \times 0.3 = 6$ ， $6 + 20 = 26$ $26 \times 0.3 = 7.8 \div 8$ ， $26 + 8 = 34$ $34 \times 0.3 = 10.2$ ， $34 + 10.2 = 44.2 \div 45$ A: 15, 20, 26, 34, 45			1		
		$15 \times 1.3 = 19.5 = 20$ ， $20 \times 1.3 = 26$ $26 \times 1.3 = 33.8 = 34$ ， $34 \times 1.3 = 44.2 = 45$ A: 15, 20, 26, 34, 45	2	1	1		
	類型二	只算出 4 個 $15 \times 0.3 = 4.5$ ， $4.5 \div 5$ ， $15 + 5 = 20$ $20 \times 0.3 = 6$ ， $6 + 20 = 26$ $26 \times 0.3 = 7.8$ ， $7.8 \div 8$ ， $26 + 8 = 34$ A: 15, 20, 26, 34			1		
	類型三	只算出 3 個 $15 \times 0.3 = 4.5$ ， $15 + 4.5 = 19.5 \div 20$ $20 \times 0.3 = 6$ ， $6 + 20 = 26$ A: 15, 20, 26	1				
		只算出 3 個 $15 \times 1.6 = 24$ ， $24 \times 1.5 = 26$ A: 15, 20, 26	1				
		只算出 3 個 $15 \times 1.3 = 19.5 \div 20$ ， $20 \times 1.3 = 26$ $26 \times 1.3 = 33.8 \div 34$ A: 20, 26, 34	1	1	2		
		只算出 3 個，A: 15, 30, 40			1		
	類型四	算出 5 個，答對 4 個，計算錯誤		1	2		
	類型五	算出 5 個，答對 3 個，計算錯誤			1		
答案錯誤	類型一	$15 \times 1.3 = 19.5$				1	
	類型二	A: 15, 20, 24				1	
	類型三	$15 + 4.5 = 19.5 = 20$ ， $20 + 4.5 = 24.5 = 25$ A: 15, 20, 25					1
	類型四	嘗試解題					1
計	人數		9	5	13	2	2

由上表之解題類型分析，得知達到 Level 5 和 4 的有 14 位，約佔全班人數二分之一；答案正確，達到 Level 3 的 13 位學生，需加強其解題說理與計算能力；答案錯誤，成績為 Level 2 和 1 的 4 位學生，需個別指導以建立其相關數

學概念。學生受題目所畫的三個硬幣圖形影響，有 7 位學生只設計三個硬幣，而未能達到窮盡所有答案的要求，甚為可惜。此外，有 1 位學生呈現之數學迷思概念是無法掌握題目內容中「每個硬幣的下一個硬幣的直徑必須比它大至少 30%」的意義，未能依序更換基準量來計算其 30% 的值，而是全部以第一個硬幣的 30% 當作所有硬幣的增加值來計算。

(三) 以 QUASAR 紙筆認知評量之評分規準來評分，學生之解題示例萃取

Level 5 答案正確，計算過程和文字說明完整或圖形說明正確。	
<p>問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。</p> <p>從一枚 15 毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？</p> $15 \times 1.3 = 19.5 \approx 20 \quad 20 \times 1.3 = 26 \quad 26 \times 1.3 = 33.8 \approx 34 \quad 34 \times 1.3 = 44.2 \approx 45$ <p>A: 15mm, 20mm, 26mm, 34mm, 45mm</p> <p>◎請說明你的想法。</p> <p>因為 5mm 要乘 1.3 才會等於下一個數，不過機器不能做小數點的硬幣，所以要用無條件進位法來算。</p>	<p>問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。</p> <p>從一枚 15 毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？</p> $15 \times 1.3 = 19.5 \approx 20 \quad 20 \times 1.3 = 26 \quad 26 \times 1.3 = 33.8 \approx 34 \quad 34 \times 1.3 = 44.2 \approx 45$ <p>A: 15, 20, 26, 34, 45 (mm)</p> <p>◎請說明你的想法。</p> <p>由直徑最小的 15 毫米開始乘上 30% 也就是 1.3。若乘出的答案為非整數，就將它約成最接近答案最近的整數，但不能小於此數，才能符合第二個要求。</p>
Level 3 1. 答案正確，計算過程正確，但無文字或圖形說明，或文字圖形說明錯誤。 2. 答案正確，文字或圖形說明正確，但無計算過程，或計算過程錯誤。	
<p>問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。</p> <p>從一枚 15 毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？</p> $15 \times 0.3 = 4.5 \quad 26 \times 0.3 = 7.8$ $15 + 4.5 = 19.5 \approx 20 \quad 26 + 7.8 = 33.8 \approx 34$ $20 \times 0.3 = 6 \quad 34 \times 0.3 = 10.2$ $20 + 6 = 26 \quad 34 + 10.2 = 44.2 \approx 45$ <p>A: 15, 20, 26, 34, 45</p> <p>◎請說明你的想法。</p> <p>乘以 0.3 就是硬幣直徑的 30% (而捨五入是因為只能產出整數又比大於 30%)</p>	<p>問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。</p> <p>從一枚 15 毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？</p> $15 \times 1.3 = 19.5 \approx 20 \quad 20 \times 1.3 = 26 \quad 26 \times 1.3 = 33.8 \approx 34 \quad 34 \times 1.3 = 44.2 \approx 45$ $45 \times 1.3 = 58.5 \approx 60$ <p>A: 15mm, 20mm, 26mm, 34mm, 45mm, 60mm</p> <p>◎請說明你的想法。</p> <p>每個硬幣的下一個硬幣都大 30%，再加上原本的，就會乘以 1.3。但是機器只能做出整數，所以如果有小數的話，必須無條件進入，算一算，有五種直徑，所以這套新硬幣的直徑有 15mm, 20mm, 26mm, 34mm, 45mm。</p>
Level 1 嘗試回答。	
<p>修改前</p> <p>問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。</p> <p>從一枚 15 毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？</p> $15 + 4.5 = 19.5 \approx 20$ $20 + 4.5 = 24.5 \approx 25$ $25 + 4.5 = 29.5 \approx 30$ <p>A: 15, 20, 25</p> <p>◎請說明你的想法。</p> <p>設計的硬幣條件一定要符合一定的條件，有些符合，有些不符合!!!</p>	<p>修改後</p> <p>問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。</p> <p>從一枚 15 毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？</p> $15 + 4.5 = 19.5 \approx 20$ $20 + 4.5 = 24.5 \approx 25$ $25 + 4.5 = 29.5 \approx 30$ $30 + 4.5 = 34.5 \approx 35$ $35 + 4.5 = 39.5 \approx 40$ $40 + 4.5 = 44.5 \approx 45$ <p>A: 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45</p> <p>◎請說明你的想法。</p> <p>設計的硬幣條件一定要符合一定的條件，有些符合，有些不符合!!!</p>

學生解題示例萃取，可提供學生解題觀摩的機會，也可提供教師教學改進之參考。

三、「搶劫」問題之解題表現分析

(一) 以 PISA 之評分標準來評分，學生之解題表現分析

代號 2 (滿分)		代號 1 (部分得分)		代號 0 (零分)		代號 9 (沒作答)	
人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比
2 人	6%	20 人	65%	9 人	29%	0 人	0%

「搶劫」問題之整體評量表現為滿分 6%，部分得分 65%，零分 29%。本題為統計題材，內容敘述清楚，解題要求是學生不熟悉的。因此，達到 PISA 要求水準的學生只有 6%，滿分和部分得分學生數雖然已達 71%，但是本題帶給教師的省思是教學過程中宜引導學生從圖表、比率、百分比、趨勢變化等角度來看統計圖表，及運用較精確的數學語言描述統計圖表所代表的意涵。

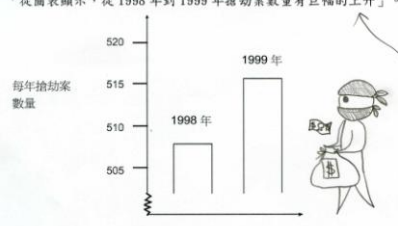
(二) 以 QUASAR 紙筆認知評量之評分規準來評分，學生之解題表現分析

解題類型分析			評分 Level 1-5 人數				
			5	4	3	2	1
答案正確	類型一	不合理，巨幅的上升不可能沒超過 5%，(個人認為)一般而言上升 40% 才算巨幅， $516-508=8$ ，多 8 件大約 2%~1.5% 而已。	1				
	類型二	不合理，因為平均起來一天約 2~3 次，而且次數才相差 7 次，巨幅只是因為圖表相差太大。(他的圖不應該會這麼大)	2				
	類型三	不合理，因為 1998 年大約有 508 件，而 1999 年約有 516 件，只差 7 件而已，所以並沒有巨幅的上升。	8				
	類型四	不合理，因為 1998 年和 1999 年才差不到十件，並沒有巨幅的上升。		7			
	類型五	不合理，因為主播並沒有把圖表示清楚，也沒有標出單位。		2			
	類型六	不合理，我覺得應該用折線圖分出 1998 年~1999 年每個月的搶劫案數量，才能分出是否有巨幅上升。			1		
	類型七	不合理，因為 1998 年~1999 年之間可能有下降。			1		
	類型八	不合理，因為每天都有一兩件，都沒停。			2		
	類型九	不合理 (各類錯誤說法)。			5		
答案錯誤	類型一	合理，因為 1998、1999 年的搶劫也沒相差多少，從 508~515 也不是不合理的。				1	
	類型二	合理，看起來很標準。					1
計			11	9	9	1	1

由上表之解題類型分析，得知達到 Level 5 和 4 的有 20 位，約佔全班人數三分之二；答案正確達到 Level 3 的 9 位學生，和答案錯誤達到 Level 2 和 1 的 2 位學生，均需重新建立其解讀統計圖表的能力。本題有 1 位學生呈現的迷思

概念是從圖表的長度約兩倍來看，認為有巨幅上升，顯示其對統計圖表的省略符號沒有概念。

(三) 以 QUASAR 紙筆認知評量之評分規準來評分，學生之解題示例萃取

Level 5 答案正確，文字說明完整正確。	
<p>問題：你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。</p> <p>不合理，巨幅的上升不可能沒超過 (個位) 每段而言上升40%才算巨幅 $516 - 508 = 8$ 8件大約2%~1.5%而已</p>	<p>問題：你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。</p> <p>A合理；從上圖來看，1998年508左右的搶劫案件，1999年有517左右的搶劫案件，二年來的搶劫案件，只差幾件，沒有巨幅的上升。</p>
<p>支持你的答案。</p> <p>A1: 不合理，因為1998年的劫案數量是508件，1999年的卻是516件，才多8件，根本不是巨幅上升。 A2: 不合理，因為一年五百一十件就變成大約兩天就三件，搶劫案不可能那麼頻繁。</p>	<p>問題：你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。</p> <p>A: 不合理，因為1998年大約有508件，而1999年約有516件，只差7件而已，所以並沒有巨幅的上升。</p>
Level 4 答案正確，文字說明正確，但不夠完整。	
<p>問題：你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。</p> <p>不合理，因為1998年和1999年才差不到十件，並沒有「巨幅」的上升。</p>	<p>電視主播呈現了下面並報導：「從圖表顯示，從1998年到1999年搶劫案數量有巨幅的上升。」</p>  <p>問題：你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。</p> <p>不合理</p> <p>表上的兩項數量沒有相差很多，所以不是巨幅上升而且表上也沒寫單位。</p>
<p>問題：你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。</p> <p>A: 不合理，因為搶劫案沒有大幅的上升，只有上升約7.8件搶劫案。</p>	
Level 3 答案正確，但無文字說明，或文字說明錯誤。	
<p>問題：你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。</p> <p>A: 不合理，因為1998年~1999年中間的數量有可能會下降，所以我覺得用折線圖分出1998年~1999年每個月的搶劫案數量，來統計出是否有巨幅上升。</p>	<p>問題：你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。</p> <p>不合理 因為每天都有一天都有一兩件，都沒停可是新聞一天又沒報這多。</p>
Level 2 答案不正確，但包含正確的數學推理。	Level 1 嘗試回答。
<p>問題：你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。</p> <p>合理 因為1998, 1999年的搶劫案也沒相差多少在508~515也不是不合理的。</p>	<p>問題：你認為這位主播對於上圖的解釋是否合理？請寫出一個理由來支持你的答案。</p> <p>合理。因為看起來很標準。</p>

學生解題示例萃取，可提供學生解題觀摩的機會，也可提供教師教學改進之參考。

四、「測驗分數」問題之解題表現分析

(一) 以 PISA 之評分標準來評分，學生之解題表現分析

代號 1 (滿分)		代號 0 (零分)		代號 9 (沒作答)	
人數	百分比	人數	百分比	人數	百分比
18 人	58%	13 人	42%	0 人	0%

「測驗分數」問題之整體評量表為滿分 58%，零分 42%。本題為統計題材，內容敘述清楚，解題要求是學生不熟悉的，難度高於第三題「搶劫」問題，本來以為學生無法運用數學觀點提出自己的看法，沒想到達到 PISA 要求水準的學生竟然有 58%，真是令人驚艷。

(二) 以 QUASAR 紙筆認知評量之評分規準來評分，學生之解題表現分析

解題類型分析			評分 Level 1-5 人數				
			5	4	3	2	1
答案正確	類型一	◎通過人數和不通過人數皆有提到。 A 組通過人數比 B 組多 1 人。 A 組不通過只有一人，B 組有 2 人不通過。	4				
	類型二	◎只比較通過人數。 A 組通過人數比 B 組多 1 人。	6				
	類型三	◎只比較不通過人數。 A 組不通過只有一人，B 組有 2 人不通過。	5				
	類型四	提到 50 分以下不算或 80-90 分 A 組人數多，但說法不完整。		3			
	類型五	有的理由正確，有的理由錯誤。			3		
答案錯誤	類型一	嘗試回答。					10
計			15	3	3		10

由上表之解題類型分析，得知達到 Level 5 和 4 的有 18 位，佔全班人數的 58%；答案正確達到 Level 3 的 3 位學生，和答案錯誤達到 Level 1 的 10 位學生，均需重新建立其解讀統計圖表的能力。本題有 10 位學生呈現的迷思概念是不了解平均分數的意義，而其解讀統計圖表的能力也不足。

(三) 以 QUASAR 紙筆認知評量之評分規準來評分，學生之解題示例萃取

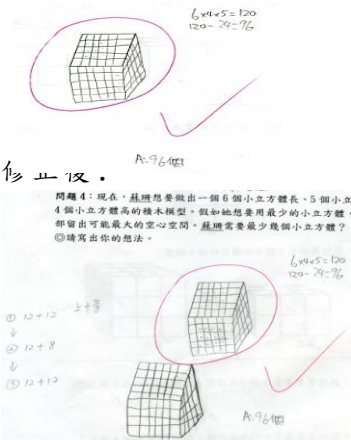

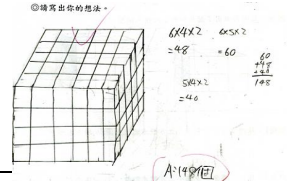
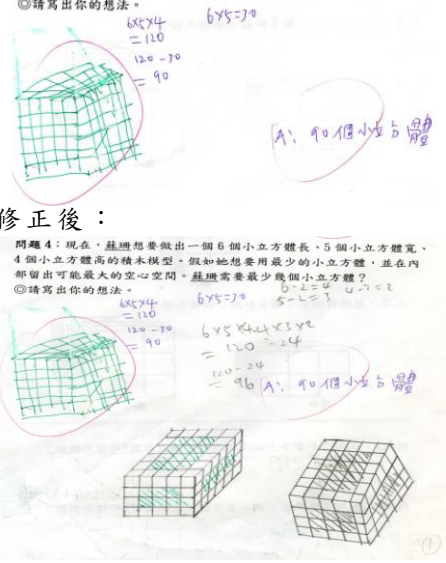
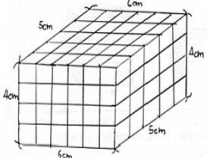
Level 5 答案正確，文字說明完整正確。	
<p>◆◆◆◆◆ 測驗分數 ◆◆◆◆◆</p> <p>下面是兩組學生參加科學測驗的結果，這兩組學生分別稱為 A 組和 B 組。A 組的平均分數是 62.0 分，B 組的平均分數是 64.5 分。當學生得分為 50 分或以上時他們便通過這個測驗。</p> <p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>A: $62 \times 12 = 744$ $64.5 \times 9 = 580.5$ $744 > 580.5$ A 組的總分比 B 組多</p> <p>A 組的學生在 50-59 和 80-89 都比 B 組多，而且 B 組比 A 組在 60-69 多一人和 70-79 多一人加起來 2 人，A 組在 50-59 和 80-89 多 2 人，80-89 多一人，加起來多 3 人 $3 > 2$ 所以 A 組比較好。</p> <p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>A 組的人雖然平均輸給 B 組，但 A 組的通過人數卻比 B 組高，A 組只有一個人沒過，但 B 組卻有兩個。</p>	<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>A 組的人雖然平均輸給 B 組，但 A 組的通過人數卻比 B 組高，A 組只有一個人沒過，但 B 組卻有兩個。</p>
<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>A 組：$3+4+2+2=11$ (人) B 組：$1+5+3+1=10$ (人)</p> <p>他說 50 分以上通過測驗，所以 A 組通過人數比 B 組多一人，所以 A 組同學考得比較好。</p>	<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>A 組有 11 人過，B 組只有 10 人過，所以 A 組可以利用這個論點來說服老師。</p>
<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>由於 50 分有 A: 11 人 B: 21 人 高於 50 分有 A: 11 人 B: 10 人</p> <p>不是用平均分數來決定誰比較高。</p>	<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>因為 A、B 組各有 12 位學生，B 組雖然平均成績較高，但通過的人數只有 10 人，A 組卻有 11 人通過。</p>
Level 4 答案正確，文字說明正確，但不夠完整。	
<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>他們認為有可能是因為把 50 分算不裡面。</p>	<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>有可能是 A 組不通過的人把平均往下滑，其他通過的人沒把平均拉高。</p>
Level 3 答案正確，但無文字說明，或文字說明錯誤。	
<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>B 組可能只有幾個人考及格，但大多數的人考不及格，而 A 組考及格的比較多，只是 A 組不及格的分数把及格的分数拉低，所以 A 組還是比 B 組好。</p>	<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>最高分數 80~89 分中，A 組得分人數多於 B 組，雖然在其餘分數中人數都少於 B 組，但在最高分數中人數較多，也代表 A 組同學平均都高於 B 組！</p>
Level 1 嘗試回答。	
<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>因為我算的 A 組學生不完全是都 50 分也有些考 51 分、52 分、53 分、54 分、55 分、56 分、57 分、58 分、59 分所以 60~69 分和 70~79 分還有 80~89 分都有可能去過 60 分在 69 分以內，不一定把 A 組的分数加起來在去平均，然後把 B 組的分数加起來在去平均，或許 A 組的平均會比 B 組的平均還要高。</p>	<p>問題：由上圖，老師認為 B 組學生比 A 組學生的表現較佳。但 A 組學生不同意老師的看法。他們試著說服老師 B 組並不一定比較好。依據上圖，寫出一個 A 組學生可能使用的數學論點。</p> <p>A 有 0~9 B 有 40~49 $1 = -1$ A 的 50~59 比 B 多 2 = +2, A 60~69 比 B 少 1 = -1, A 80~89 比 B 少 1 = -1, A 80~89 比 B 多 1 = +1, 全部 = +2 - 1 - 1 = 0</p> <p>B 有 40~49 比 A 多 1 = +1, 50~59 比 A 少 2 = -2, 60~69 比 A 多 1 = +1, 70~79 比 A 多 1 = +1, 80~89 比 A 少 1 = -1, 全部 = +1 - 2 + 1 + 1 - 1 = 0</p> <p>A = 0, B = 0 = 一樣</p>

學生解題示例萃取，可提供學生解題觀摩的機會，也可提供教師教學改進之參考。

伍、補救教學與深化學習

一、「積木」問題

(一)首先以個別訪談方式，進行一對一補救教學，舉例如下：

生	解題類型	以個別訪談方式進行補救教學
S14	<p>答案正確，算式正確，圖形錯誤。</p>  <p>修正後：</p> <p>問題4：現在，蘇珊想做出一個6個小立方體長、5個小立方體寬、4個小立方體高的積木模型。假如她想用最少的立方體，並在內部留出可能最大的空心空間。蘇珊需要最少幾個小立方體？ ◎請寫出你的想法。</p> <p>① $12+12$ 上下層 ↓ ② $12+8$ ↓ ③ $12+12$</p>	<p>T:你是怎麼算出來的? S: $12+12=24$，挖掉 24 個。 (在圖上方塗 12 格和側面塗 12 格) T:可是，你多畫一層了。 S:要改成 $12+8=20$。 (在圖上方塗 12 格和側面塗 8 格) T:可是，這樣改，答案就錯了。 S:..... T:(教師秀出下圖引導學生理解題意) 你知道要挖掉多少了嗎?  S:知道，要挖掉 $12+12$，兩層。</p>
S10	<p>答案錯誤，圖形正確，算式錯誤。</p>  <p>◎請寫出你的想法。</p> <p>修正如下： $6 \times 5 \times 4 - 2 \times 3 \times 2 = 120 - 24 = 96$</p>	<p>T:你知道錯在哪裡了嗎? S:有重疊，沒有扣掉。 T:那麼，要扣掉多少嗎? S:(想了一會兒)，好複雜喔！我用別的方法算算看。修正如下： $6 \times 5 \times 4 - 2 \times 3 \times 2 = 120 - 24 = 96$</p>
S30	<p>答案錯誤，圖形錯誤，算式錯誤。</p>  <p>◎請寫出你的想法。</p> <p>修正後：</p> <p>問題4：現在，蘇珊想做出一個6個小立方體長、5個小立方體寬、4個小立方體高的積木模型。假如她想用最少的立方體，並在內部留出可能最大的空心空間。蘇珊需要最少幾個小立方體？ ◎請寫出你的想法。</p> <p>$6 \times 5 \times 4 = 120$ $2 \times 3 \times 2 = 12$ $120 - 12 = 108$ $108 - 12 = 96$ A: 96個小立方體</p>	<p>T:(秀出同學畫的很清晰的圖，如下圖) 你知道錯在哪裡了嗎?  S:知道，我會改了。 修正如下： $6-2=4$，$5-2=3$，$4-2=2$ $6 \times 5 \times 4 - 4 \times 3 \times 2 = 120 - 24 = 96$。 T:請把圖修正。 S:畫一個很漂亮的圖。(中圖) T:你的圖畫得很好，誰教你的。 S:我不會畫，請同學幫我畫的。 T:你也學著畫畫看吧。 S:好的(結果畫得很好)(右圖) T:你的學習態度真好，進步真多！</p>

(二)透過同儕觀摩討論方式，進行深化學習。

展示優秀作品，相互觀摩，探討如何將自己所知道的數學概念和解題策略，透過圖形、算式或文字表達出來，如何做到 Level 5「答案正確，計算過程和文字說明完整或圖形說明正確。」的要求。

二、「硬幣」問題

(一)以個別訪談方式，進行一對一補救教學，舉例如下：

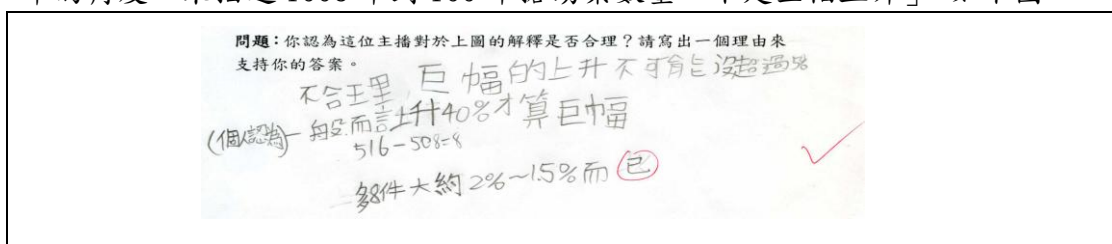
生	解題類型	以個別訪談方式進行補救教學
10	<p>問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。</p> <p>從一枚15毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？</p> <p>◎請說明你的想法。</p>	<p>T: 你知道哪裡錯了嗎？</p> <p>S: 不知道。</p> <p>T: 你是如何得到 44 的。</p> <p>S: 用四捨五入法得到的。</p> <p>T: 44.2 和 34 來比較，大了百分之多少？</p> <p>S: 大了百分之三十。嗯，要用無條件進位法進到 45 才對。</p>
26	<p>問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。</p> <p>從一枚15毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？</p> <p>◎請說明你的想法。</p>	<p>T: 說說看你是怎麼算的。</p> <p>S: 先算 $15 \times 0.3 = 4.5$， $15 + 4.5 = 19.5$，進到 20；再把 $20 + 4.5 = 24.5$，進到 25。</p> <p>T: 15 和 20 是對的，但是第三個硬幣要比 20 大 30% 才對，你知道 20 的 30% 是多少嗎？</p> <p>S: 知道，修正如左圖右側之算式。</p>
12	<p>問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。</p> <p>從一枚15毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小，則這套系統裡的硬幣直徑分別為多少？</p> <p>◎請說明你的想法。</p>	<p>T: 如果老師有 100 元，你的錢比老師多 30%，你有多少錢？</p> <p>S: ……。</p> <p>T: 30% 換成小數是多少？</p> <p>S: 0.3。</p> <p>T: 100 的 0.3 倍怎麼算？</p> <p>S: 100×0.3</p> <p>T: 那麼，老師有 100 元，你的錢比老師多 30%，你的錢要用 100 乘以多少？</p> <p>S: 100 乘以 1.3，是 130 元。</p> <p>T: 很好，題目中的第一個硬幣是 15，第二個硬幣要比 15 大 30%，你會算了嗎？</p> <p>S: 會（寫 $15 \times 1.3 = 19.5 \div 20$）</p> <p>（之後反覆問話，直到修正完成如左圖右側之算式）</p>

(二) 透過同儕觀摩討論方式，進行深化學習。

首先展示 Level 5 的作品，相互觀摩同學之解題與說理，其次引導學生探討只找出 4 個硬幣和 3 個硬幣，是否吻合題目的要求。學生認為題目有提到「盡可能包含所有硬幣大小」，因此，找出 5 個硬幣當然最完美；但是因為題目只有說「盡可能」，沒有說「一定要」，因此，找出 4 個硬幣或 3 個硬幣，也可以說是吻合題目的要求；最後透過討論，共同探討概數之紀錄格式，及無條件捨去、無條件進入和四捨五入法的意涵。

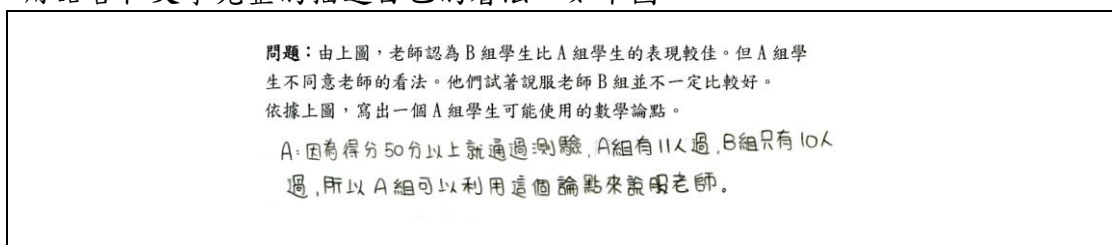
三、「搶劫與測驗分數」問題

以「搶劫」問題來看，從學生的解題說理表現，可以看出學生對於有省略符號的統計圖表是認識且理解的，但是對於如何描述統計圖表所蘊涵的意義，能力則較為缺乏，因此，「搶劫」問題的補救教學採用同儕觀摩討論方式，來進行深化學習。本題的解題策略中，難得的是有一位學生的解題達到 PISA 代號 2 滿分的要求，也達到 QRASAR Level 5 的要求，因此首先展示其作品，引導學生從比率的角度，來描述 1998 年到 199 年搶劫案數量「不是巨幅上升」，如下圖：



其次，引導學生從圖表角度來看問題，及運用較精確的數學語言來描述統計圖表所代表的意涵，如：要與總數 500 比較，才能彰顯數量「不是巨幅上升」。

以「測驗分數」問題來看，從學生的解題說理表現，看出有 58% 的學生能掌握題目中所提到的「得分 50 分或以上時便通過測驗」這個訊息，以通過和不通過人數作為論述的基礎。當然也有 10 位學生對於平均分數的意義，不甚了解；對於解讀統計圖表，能力也不足，因此，「測驗分數」問題的補救教學採用同儕觀摩討論方式，來進行深化學習。首先展示 Level 5 的作品，引導學生探討如何用語言和文字完整的描述自己的看法，如下圖：



其次，引導學生從高分群人數、平均分數、捨去極端分數等角度看問題，並運用較精確的數學語言來描述統計圖表所代表的意涵。

陸、研究結果與討論

一、以 PISA 平分規準來看，學生達到 PISA 要求水準的比例為：積木問題 77% 以上；搶劫問題 71%；測驗分數問題 58%；硬幣問題 48%；顯示學生對於「題目內容敘述複雜的非例行性問題」之讀題與解題能力尚待提升。

(一) 積木問題：為幾何題材，內容敘述清楚，解題要求是學生熟悉的，整體評量表現為問題 1、2 滿分 100%；問題 3 滿分 87%，零分 13%；問題 4 滿分 77%，零分 23%；本題有 77% 以上的學生達到 PISA 的要求水準。

(二) 硬幣問題：為數量題材，內容敘述複雜，解題要求是學生不太熟悉的。整體評量表現為滿分 48%；代號 8 人數 39% (沒有窮盡所有答案)，零分 13%。雖

然經過題目導讀，本題仍然只有 48% 的學生達到 PISA 要求水準，。

(三) 搶劫問題：為統計題材，內容敘述清楚，解題要求是學生不熟悉的。本題評分標準除了代號 1 外，還提高到較高水準的代號 2，整體評量表現為代號 2 人數 6%，代號 1 人數 65%，零分 29%。本題有 71% 的學生達到 PISA 的要求水準。

(四) 測驗分數問題：為統計題材，內容敘述清楚，解題要求是學生不熟悉的，難度高於第三題「搶劫」問題，整體評量表現為滿分 58%，零分 42%。本來以為學生無法運用數學觀點提出自己的看法，沒想到達到 PISA 要求水準的學生竟然有 58%，真是令人驚艷。

二、以 QUASAR 紙筆認知評量規準來看，有半數左右學生的解題說理能力頗佳，半數左右學生的解題說理能力尚待提升。

達到 QUASAR 紙筆認知評量規準 Level 5 和 4 的人數，積木問題有 16 位，占 52%；硬幣問題有 14 位，占 45%；搶劫問題有 20 位，占 65%；測驗分數問題有 18 位，占 58%；顯示有半數左右學生的解題說理能力頗佳；也可以說有半數左右學生的解題說理能力尚待提升。而實施 QUASAR 紙筆認知評量最大的價值所在是找出 Level 3、2、1 的學生，以透過補救教學澄清其迷思概念、建立其數學概念，並加強其解題說理能力。

三、以學生的解題表現來看，積木問題的困難在於無法正確繪製 6x5x4 的立體圖；硬幣問題的困難在於題意的理解及未能達到窮盡所有答案的要求；搶劫問題和測驗分數問題的困難在於無法深度解讀統計圖表的內涵。當然，無論是幾何、數量或統計題材，均有部分學生存有數學迷思概念。

(一) 積木問題：有 4 位學生無法正確繪製 6x5x4 的立體圖，以致無法解題；更有 4 位學生雖然答案正確，但卻無法正確繪製 6x5x4 的立體圖；可見立體圖形之繪製是國小學生學習困難所在。此外，有 1 位學生呈現之數學迷思概念是從六個面一一計數積木個數，而沒有察覺需要扣掉重複的積木。

(二) 硬幣問題：學生受題目所畫的三個硬幣圖形影響，有 7 位學生只設計三個硬幣，而未能達到窮盡所有答案的要求，甚為可惜。此外，有 1 位學生呈現之數學迷思概念是無法掌握題目內容中「每個硬幣的下一個硬幣的直徑必須比它大至少 30%」的意義，未能依序更換基準量來計算其 30% 的值，而是全部以第一個硬幣的 30% 當作所有硬幣的增加值來計算。

(三) 搶劫問題和測驗分數問題：搶劫問題，有 1 位學生呈現的迷思概念是從圖表的長度約兩倍來看，認為有巨幅上升，顯示其對統計圖表的省略符號沒有概念。測驗分數問題，有 10 位學生呈現的迷思概念是不了解平均分數的意義，而其解讀統計圖表的能力也不足。

四、如何澄清學生的數學迷思概念，如何提升學生解題說理能力：補救教學與深化學習策略需因應學生解題表現而改變：學生的數學迷思概念宜透過個別訪談方

式，進行一對一補救教學予以澄清；學生解題說理能力宜透過同儕觀摩討論方式，逐步提升。

（一）以積木問題為例

本題內容敘述清楚，解題要求是學生熟悉的，學生表現頗佳。因此，首先針對 Level 3、2 和 1 的學生，透過個別訪談方式進行一對一補救教學，其次，再透過同儕觀摩討論方式，引導全班學生一起探討如何將自己所知道的數學概念和解題策略，透過圖形、算式或文字表達出來；如此「先個別再全體」之兩步驟補救教學策略，效果甚佳。

（二）以硬幣問題為例

本題內容敘述複雜，解題要求是學生不太熟悉的，從學生的解題表現看來，「計算」對學生來說不難，因此，除了針對 4 位 Level 2 和 1 的學生進行一對一補救教學之外，主要是透過同儕觀摩討論方式，引導學生探討只找出 4 個硬幣和 3 個硬幣，是否吻合題目的要求；並探討概數之紀錄格式，及無條件捨去、無條件進入和四捨五入法的意涵，以達到深化學習之效果。

（三）以搶劫與測驗分數問題為例

此兩題為統計題材，內容敘述清楚，解題要求是學生不熟悉的，從學生的解題表現看來，學生對於如何描述統計圖表所蘊涵的意義，能力普遍缺乏，因此，此兩題均直接採用同儕觀摩討論方式，引導學生從圖表、比率、平均數、高分群、極端值等角度看統計圖表，並引導學生運用較精確的數學語言描述統計圖表所代表意涵，以提升其評析和論述的能力。

柒、省思與建議

一、運用 PISA 評量試題於國小課堂，宜慎選題目，教師不需害怕 PISA 評量試題，但是也不能小看 PISA 評量試題。

在剛接觸 PISA 評量試題，而尚未運用 PISA 評量試題於國小課堂之初，平心而論，筆者對 PISA 評量試題有點畏懼，尤其是圖形或敘述很複雜的題目；在分析過評量試題之後，又覺得有些題目實在是太簡單了；可是，實際運用 PISA 評量試題於國小課堂之後，從學生的表現，不禁覺得不能小看 PISA 評量試題，前前後後心情的改變，有如洗三溫暖。因此，建議國小教師宜主動接觸了解 PISA 評量試題，以克服畏懼的心理；也要幫助學生從體驗中，克服畏懼的心理；當然，教師在運用 PISA 評量試題於國小課堂之前，宜慎選題目。

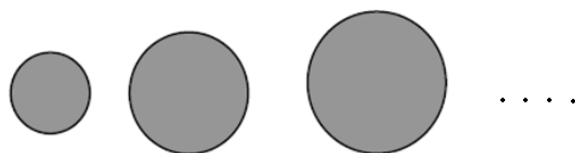
二、運用 PISA 評量試題於國小課堂，題目的篩選與安排，宜由淺入深。

本研究篩選的題目涵蓋幾何、數量、統計三個主題，共有四個題目，第一題內容敘述清楚，解題要求是學生熟悉的；第二題內容敘述複雜，解題要求是學生不太熟悉的；第三、四題內容敘述清楚，解題要求是學生不熟悉的；題目類型由淺入深，循序漸進，因此，學生可以在解題能力及解題信心範圍內，澄清其迷思

概念、培養其讀題能力，進而提升其解題說理能力；建議教師運用 PISA 評量試題於國小課堂，題目的篩選與安排，宜由淺入深。

三、運用 PISA 評量試題於國小課堂，題目的呈現可以根據國情或學生能力小修。

以積木問題為例，題目中的人物名字是蘇珊，建議可酌予考量將題目中人物的名字「華人化」或使用學生熟悉的卡通人物代替。以硬幣問題為例，因為學生容易誤以為只需要設計三個硬幣，因此建議在硬幣後面加入「…」，修改如下：



另外，本題原文在「問題：請你設計出一套符合上面條件的新硬幣系統。」之後，又出現一些條件「從一枚 15 毫米的硬幣開始，而且在你這套系統裡盡可能包含所有的硬幣大小」，這些條件應該移到問題之前較為恰當，總之，建議教師在評量之前，可以將題目之文字和敘述進行小修，以求題目之完整與周延。

四、運用 PISA 評量試題於國小課堂，不宜奉 PISA 評量的評分規準為聖經，可搭配 QUASAR 評分規準來評分。

PISA 評量每一題都分別提供評分標準，而其標準是因應 15 歲學生而設的，因此，PISA 樣本試題運用於 12 歲的國小學生，其評分規準，不宜奉為聖經，建議搭配 QUASAR 評分規準來評分，並引導學生學習如何將自己所知道的數學概念和解題策略，透過圖形、算式或文字表達出來，朝向 Level 5「答案正確，計算過程和文字說明完整或圖形說明正確」的目標邁進。

五、評量後的補救教學措施，可採個別訪談及同儕觀摩討論方式進行。

運用 PISA 評量試題評量後，欲發揮其功能，適當的補救教學措施是必須的，可透過個別訪談方式進行一對一補救教學；也可透過同儕觀摩討論方式，進行深化學習。以本研究為例，第一、二題評量後的補救教學措施為先透過個別訪談方式，進行一對一補救教學；再透過同儕觀摩討論方式，探討如何將自己所知道的數學概念和解題策略，透過圖形、算式或文字表達出來。第三、四題則直接透過同儕觀摩討論方式，探討如何將自己的評析和論點，用文字表達出來。

六、運用 PISA 評量試題於國小課堂的價值是可藉由學生解題表現，彰顯教師教學及學生學習不足之處，作為未來教學改進之參考。

筆者嚐試運用 PISA 評量試題於國小課堂，從學生的解題表現，頗能彰顯學生解題與說理表現的長處，與教師教學及學生學習不足之處。以「積木」問題來說，由於國小課程並沒有強調繪製立體幾何圖形的教學，從學生解題表現，發現學生繪製幾何圖形的能力落差很大，而經過補救教學之後，每個學生都能繪出立

體圖，因此，國小課程是否可以加入繪製立體幾何圖形的教學，值得大家深思。以「硬幣」問題來說，學生處理複雜資訊的能力明顯不足，在題目導讀之後，從學生的解題表現，看出學生數量計算能力頗佳，但是「答題後檢視答案的能力」仍然不足，因此，教師宜多下功夫培養學生的後設認知能力。以「搶劫」問題來說，評量重點是學生解讀統計圖表與說理的能力，最讓筆者震撼的是 PISA 在此題目之評分標準設定很高，當 15 歲的學生在答案中提到「1998 年有 508 件，1999 年有 516 件，只相差 8 件，因此，不是巨幅上升」，只能得到基本分 1 分；必須提到與總數 500 作比較，才能得滿分 2 分。可見，引導學生用較精確的數學語言描述現象，是我們未來努力的目標。以「測驗分數」問題來說，評量重點是學生評析統計圖表與說理的能力，期望學生論述「平均分數」並不是判斷兩組學生成績好壞的唯一標準，對於提升學生解讀統計圖表能力的幫助很大，對於教師進行統計圖表教學的啟示更大。

本文「運用 PISA 評量試題於國小六年級之數學解題初探」從 PISA 評量題目篩選、評分規準設定、學生的解題類型分析、個別訪談補救教學及同儕解題觀摩討論等向度，詳細描述國小六年級運用 PISA 評量試題的作法與反思；期望值此 PISA 評量逐漸成為領導數學教育潮流的今天，能提供有意從國小開始培養學生數學素養的教育單位、教師或家長參考。

參考文獻

- Anthony, N. (1989). *Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning*. Kansas: University of Pittsburgh.
- Lane, S. & Silver, E. A. (1995.). *Equity and Validity Consideration in the Design and Implementation of Mathematics Performance Assessment: The Experience of the QUASAR Project*. In: M. Nettles, & A. L. Nettles (Eds), Equity and excellence in educational testing and assessment (pp. 185-219). Boston: Kluwer
- G. 波利亞著、閻育蘇譯 (1993)。怎樣解題。台北市：九章。
- Richard R. Skemp (1987) 原著、陳澤民譯(2000)。數學學習心理學。台北市：九章。
- 洪雪芬 (2004)。數學 QUASAR 紙筆認知評量示例。九年一貫數學領域多元評量手冊，211-240 頁。教育部。
- 洪碧霞 (2011)。臺灣 PISA2009 精簡報告。2011 年 1 月 2 日，取自：<http://pisa.nutn.edu.tw/>。
- 洪碧霞 (2011)。臺灣 PISA2009 結果報告(PPT)。2011 年 1 月 2 日，取自：<http://pisa.nutn.edu.tw/>。
- 樣本試題 PISA。2011 年 1 月 2 日，取自：<http://pisa.nutn.edu.tw/>。
- 關於 PISA。2011 年 1 月 2 日，取自：<http://pisa.nutn.edu.tw/>。

附錄一：PISA 評量標準

第一題「積木」之 PISA 評量標準

問題 1 評量標準	問題 2 評量標準	問題 3 評量標準	問題 4 評量標準
代號 1：12 個	代號 1：27 個	代號 1：26 個	代號 1：96 個
代號 0：其他答案	代號 0：其他答案	代號 0：其他答案	代號 0：其他答案
代號 9：沒有作答	代號 9：沒有作答	代號 9：沒有作答	代號 9：沒有作答

第二題「硬幣」之 PISA 評量標準

評量標準
代號 1：15-20-26-34-45。可能的作法中包含畫出正確的硬幣直徑來呈現答案，這也要評為代號 1。
代號 8：給一組能滿足 3 個要求的硬幣直徑，但不是能達到最多硬幣數的組合，如 15-21-29-39，或 15-30-45 或 前 3 個直徑正確，但後 2 個錯誤(15-20-26-) 或 前 4 個直徑正確，但最後 1 個錯誤(15-20-26-34-)
代號 0：其他答案
代號 9：沒有作答

第三題「搶劫」之 PISA 評量標準

評量標準
注意： 以下代號中，答案「否」包括所有認為「該詮釋是不合理的」的句子，而答案「是」則包括所有認為「該詮釋是合理的」的句子。請不要單憑「是」或「否」來計分，而應看看答案解釋是否合理。
滿分
代號 21：不，不合理。指出我們看到的只是整個圖表的其中一小部分。 <ul style="list-style-type: none"> 不合理，須顯示整個圖表。 我不認為那是合理的詮釋，因為如果顯示全圖的話，便能看到搶劫案的數目只是輕微上升。 不合理，因為他只用了圖表上方的小部分。如果看到全圖由0到520的情況，便知道上升的幅度不是那麼大。 不，那只是因為該圖表讓人覺得數字巨幅上升。看數字增加並不多。
代號 22：不，不合理。用比率或百分比的數字作論據，論點正確。 <ul style="list-style-type: none"> 不，不合理。與總數500比較，10不是一個巨幅的增加。 不，不合理。計算百分比，約只有2%的增加。 不，多了8宗搶劫案，即上升了1.5%。我認為那不是很多！ 不，今年只多了8或9宗，與507宗比較，那不是很大的數字。
代號 23：要有趨勢的數據資料才可作出判斷。 <ul style="list-style-type: none"> 我們不能說增加是否巨幅。若1997年的搶劫案數目與1998年的相同，那麼我們可以說1999年有巨幅增加。 有多「巨幅」，我們無從得知。因為至少需要兩個改變，才可判別哪個大，哪個小。
部份分數
代號 11：不，不合理，但欠缺詳細解釋。 <ul style="list-style-type: none"> 只有討論搶劫案的實際增加數字，但沒有將它與總數比較。 不合理。搶劫案數目大約增加了10宗。用「巨幅」一詞去形容搶劫案數目增加的真實情況不正確。搶劫案數目只大約增加了10宗，我不會稱之為「巨

<p>幅」。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 由508至515不是一個大增加。 • 不，因為8或9不是一個大數目。 • 有點不合理。由508 至515 是有增加，但不是巨幅的增加。 <p>注意：由於圖表的比例尺不是太清楚，因此如果搶劫案增加的數字在5至15之間，可以接受。</p> <p>代號 12：不，不合理。方法正確但有輕微計算錯誤。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 方法和結論皆正確，但計算出來的百分比是0.03%。
<p>零分</p> <p>代號 01：不。表示不合理，但沒有提供解釋、沒有充分解釋或解釋不正確。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 不，我不同意。 • 主播不應用「巨幅」這個字眼。 • 不，這是不合理的。主播（記者）經常喜歡誇大。 <p>代號 02：是。基於圖表的形狀，因而指出搶劫案數字雙倍增加。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 是，圖形的高度雙倍增加。 • 是，搶劫案數字差不多雙倍增加。 <p>代號 03：是。沒有提供解釋，或提供代號02以外的解釋。</p> <p>代號 04：其他答案 代號 99：沒有作答</p>

第四題「測驗分數」之 PISA 評量標準

評量標準	
代號1：	列出一個恰當的論點。恰當的論點須提及合格人數、極端值造成的影響、或最高分的學生人數。
	<ul style="list-style-type: none"> • A 組學生的合格人數較 B 組多。 • 如果你忽略 A 組成績最差的學生，A 組學生比 B 組學生做得較好。 • A 組取得 80 分或以上的學生人數較 B 組多。
代號 0：	其他答案，包括沒有列出數學上的原因，或列出錯誤的數學原因、或只簡述成績的差別，但卻沒有恰當的論點指出 B 組的學生不一定做得較好。
	<ul style="list-style-type: none"> • 在科學的表現上，A 組的學生通常比 B 組的學生好。這次測驗的結果只是巧合。 • 因為 B 組學生最高分和最低分的差異較 A 組學生小。 • A 組學生在 80-89 分的範圍及 50-59 分的範圍取得較好的成績。 • A 組的四分位差較 B 組大。
代號 9：	沒有作答