

數學 PBL/專題式學習： 周長與面積探索－數學繪本之教學運用 II

高雄市國小輔導團 洪雪芬、陳幸永
高雄市博愛國小 余淑娟、王淑華、許俊文教師

壹、教學活動設計

一、設計理念

「閱讀」在教育部的推動下，如今無論是都會型小學或偏鄉小學，均如火如荼的推動閱讀活動，當讀書聲洋溢在校園的每個角落，我們看見了教育的希望。本活動所選用的「義大利麵與肉丸子」數學繪本，是一本非常適合國小學生閱讀的數學普及讀物，其內容提到主人有8張方形桌子，1張方形桌子可坐4人；宴客那一天，客人陸續到來，客人們隨著人數增加，一直改變桌子擺設方式，以符合6人、12人、16人、18人、20人、24人、32人之座位安排。安排如下：2張方形桌子併置可坐6人；8張方形桌子併置成2x4形態可坐12人；8張方形桌子分開擺設成2個2x2形態可坐16人；8張方形桌子併置成1x8形態可坐18人；8張方形桌子分開擺設成4個2x1形態可坐24人；8張方形桌子全部分開擺設可坐32人。從繪本內容看來，作者所要傳達的數學意涵就是周長與面積的關係，而故事情節又非常有趣味，乃規劃數學PBL/專題式學習《周長與面積探索－數學繪本之教學運用 II》活動，引導學生針對周長與面積的關係進行深度探索。期望學生透過本專題的學習，能深度了解周長與面積的關係；能提升數學解題、探究、推理與歸納的能力，也期望學生能將閱讀的廣度從語文、歷史、自然科學拓展到數學普及讀物。

二、教學目標

- (一) 能閱讀「義大利麵與肉丸子」數學繪本，並掌握繪本內容周長與面積的關係之數學意涵。
- (二) 能探索當人數(周長)不同時，不同的排列方式，桌子數(面積)有何不同。
- (三) 能透過數學 PBL/專題式學習，學會觀察、實作、探索、推理、發表、討論、合作，並增進處理資訊、辨識資訊與應用資訊的能力。

三、教學資源

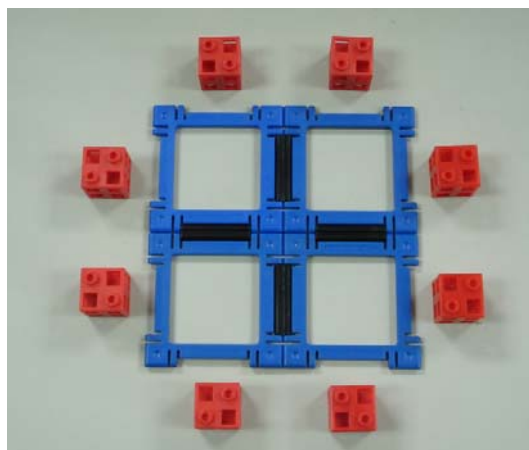
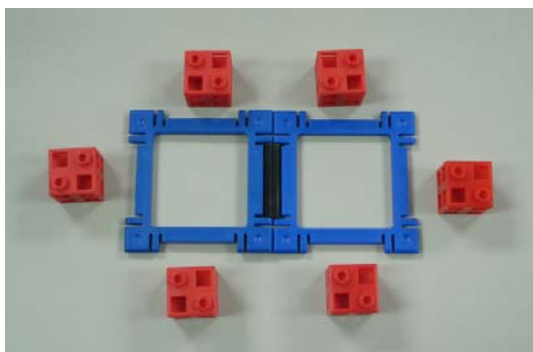
(一) 數學繪本：

書名：魔數小子1－義大利麵與肉丸子（周長與面積的秘密）

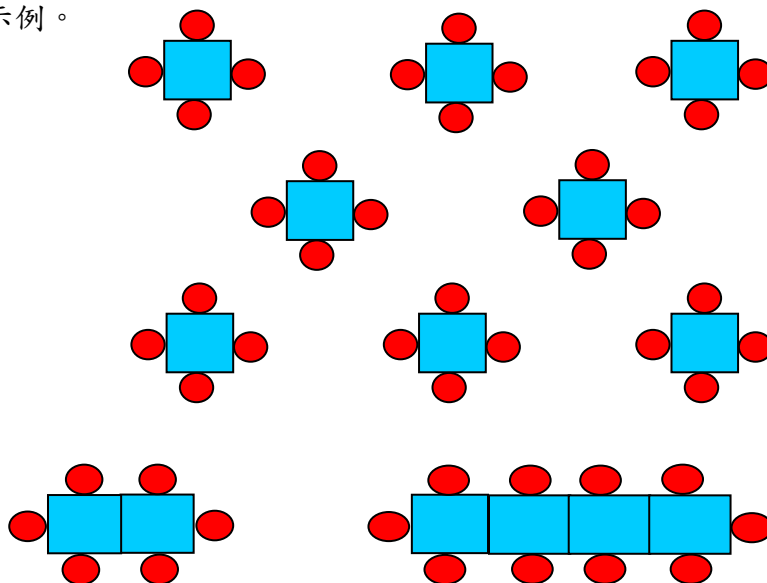
出版社：遠流出版社



(二) 教具運用：運用正方形幾何智慧片代表桌子，圓形小豆豆代表人，進行拼排和探索活動。學生 5 人一組，每組領取 30 片正方形幾何智慧片、圓形小豆豆一包、紀錄紙 10 張；合作完成各種排列與探索，下圖為教具運用示例。



(三) 電子白板運用：運用電子白板引導學生進行周長與面積的關係探索，下圖為電子白板運用示例。



四、教學年級：四年級。

五、教學節數：四節課，160 分鐘。

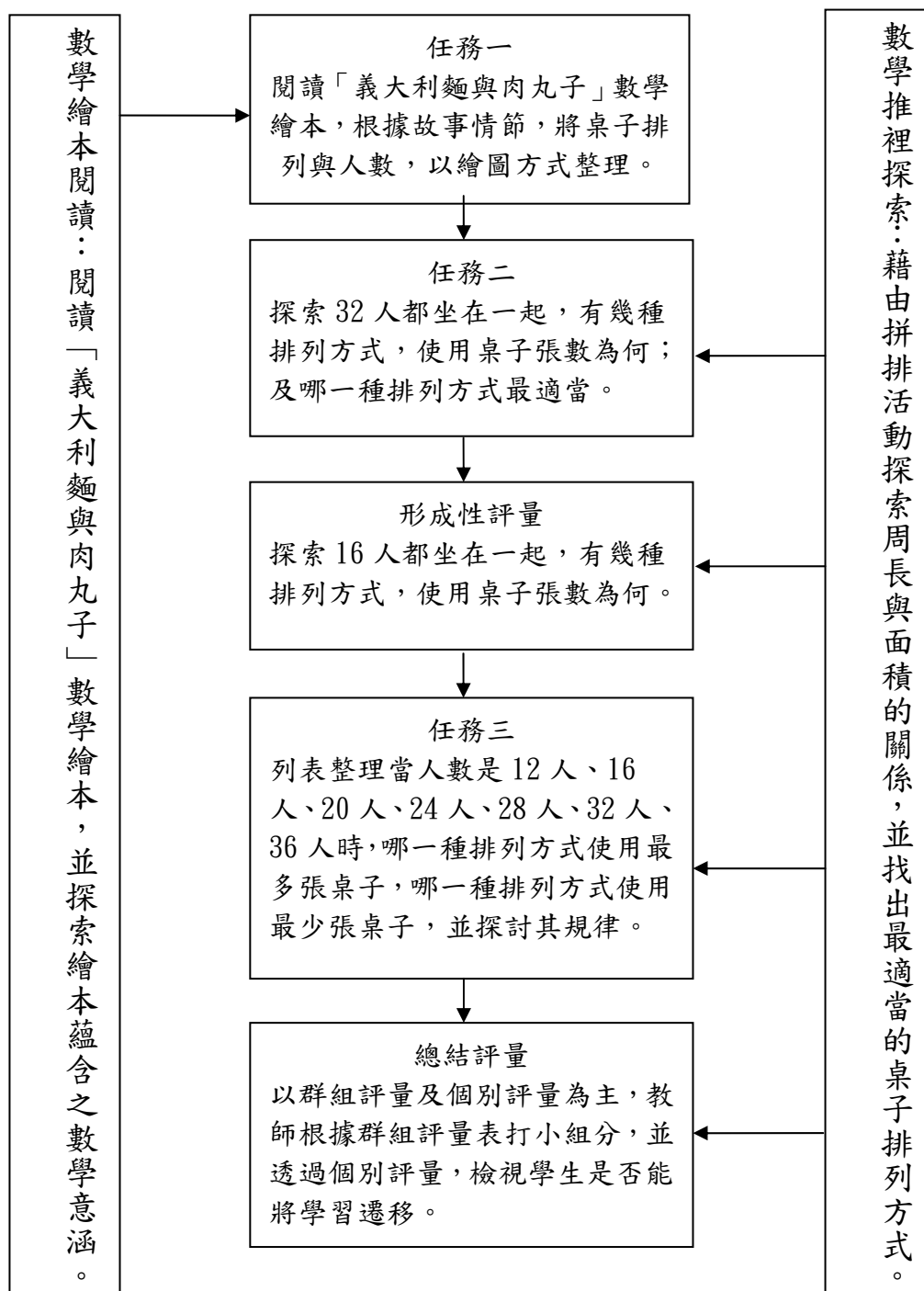
六、評量節數：一節課，40 分鐘。

七、教學活動說明

本活動分為三個任務來進行。任務一：閱讀「義大利麵與肉丸子」數學繪本，根據故事情節，將桌子排列與人數，以繪圖方式整理。任務二：探索 32 人都坐在一起，有幾種排列方式，使用桌子張數為何；及哪一種排列方式最適當。任務三：列表整理當人數是 12 人、16 人、20 人、24 人、28 人、32 人、36 人時，哪一種排列方式使用最多張桌子，哪一種排列方式使用最少張桌子，並探討其規律。本活動之評量以群組評量及個別評量為主，教師根據群組評量表打小組分數，並透過個別評量，檢視學生是否能將學習遷移。

八、教學活動設計架構

數學 PBL/專題式學習
周長與面積探索－數學繪本之教學運用 II



圖一 數學 PBL/專題式學習《周長與面積探索－數學繪本之教學運用 II》設計架構

九、專題式學習活動

任務一：閱讀「義大利麵與肉丸子」數學繪本，根據故事情節，將桌子排列與人數，以繪圖方式整理

◆教師：現在請一人拿取一本「義大利麵與肉丸子」數學繪本，自行閱讀。



◆學生：學生自行閱讀數學繪本內容。(註：本校有購買 30 本「義大利麵與肉丸子」，因此，學生可每人領取一本，若是學校沒有購買那麼多本，可以由教師導讀。)



學生自行閱讀數學繪本內容

◆教師：請問，故事中當人數不同時，桌子有哪些不同排列方式？請根據數學繪本故事情節，將桌子排列與人數，以繪圖方式整理。現在五人一組，一起來執行任務。

◆學生可能做法：將桌子排列與人數，以繪圖方式整理如下：

	
以繪圖方式整理	發表整理成果

第一次來 4 位客人，加上主人 2 人，一共 6 人。													
6 人			○	○									
		○			○								
			○	○									

第二次來 6 位客人，一共 12 人													
12 人			○	○	○	○							
		○					○						
		○					○						
			○	○	○	○							

第三次來 4 位客人，一共 16 人													
16 人			○	○			○	○					
		○	■	■	○	○	■	■	○				
		○	■	■	○	○	■	■	○				
			○	○			○	○					

第四次來 2 位客人，一共 18 人													
18 人			○	○	○	○	○	○	○	○			
		○	■	■	■	■	■	■	■	○			
			○	○	○	○	○	○	○	○			

第五次來 2 位客人，一共 20 人													
20 人			○	○	○	○			○	○	○	○	
		○	■	■	■	■	○	○	■	■	■	■	○
			○	○	○	○			○	○	○	○	

第六次來 4 位客人，一共 24 人													
24 人			○	○			○	○					
		○	■	■	○	○	■	■	○				
			○	○			○	○					
			○	○			○	○					
		○	■	■	○	○	■	■	○				
			○	○			○	○					

第七次來 8 位客人，一共 32 人													
32 人			○				○				○		
		○	■	○		○	■	○		○	■	○	
			○				○				○		
						○				○			
				○	■	○		○	■	○			
						○				○			
			○				○				○		
		○	■	○		○	■	○		○	■	○	
			○				○				○		

◆教師：請問，從活動中，你有什麼發現？

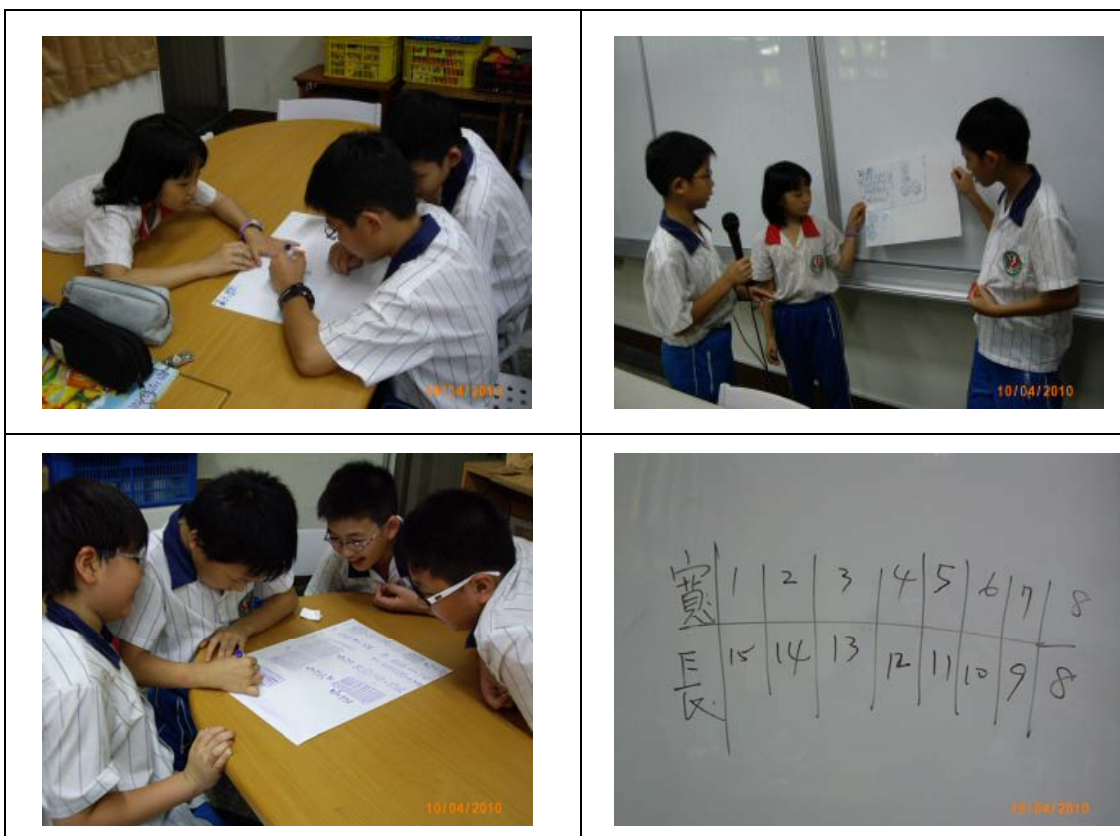
◆學生可能說法如下：

- (1) 8 張桌子有很多種排列方式，可根據客人人數做不同安排，真有趣。
- (2) 女主人將 8 張桌子全部分開擺設，可坐最多人。
- (3) 8 張桌子全部使用，最多可坐 32 人，最少可坐 12 人。

任務二：探索 32 人都坐在一起，有幾種排列方式，使用桌子張數為何；及哪一種排列方式最適當。

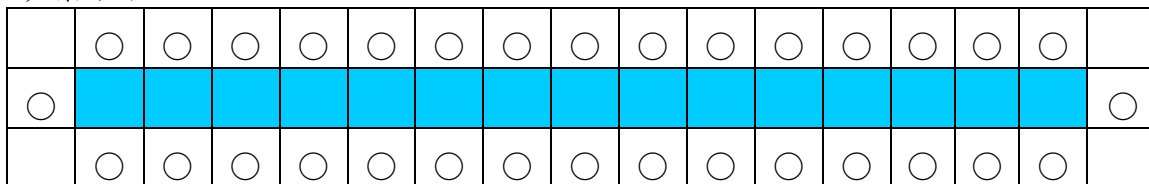
◆教師：我們班上學期末要來個聚餐，小朋友加上老師剛好 32 人，我們 32 人都要坐在一起，請先研究看看有幾種排列方式，使用桌子張數為何；並票選一種大家認為最適當的排列方式。現在五人一組，一起來執行任務。



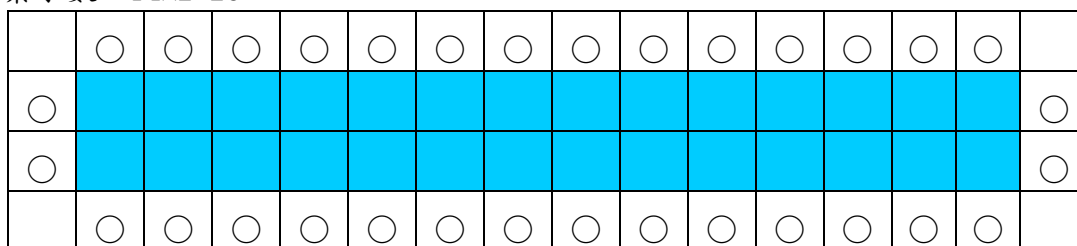


◆學生可能的作法如下：透過嘗試錯誤法，或較有系統的先將人數(周長)除以2， $32 \div 2 = 16$ ，得到一個長加一個寬是16，然後找出下列8種排列方式。

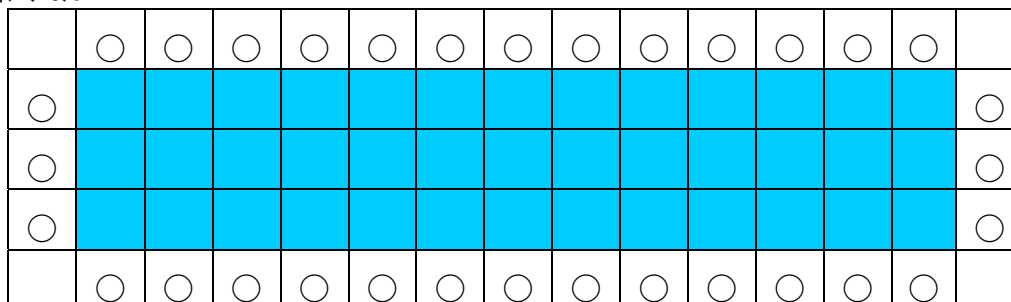
(1) 桌子數： $15 \times 1 = 15$

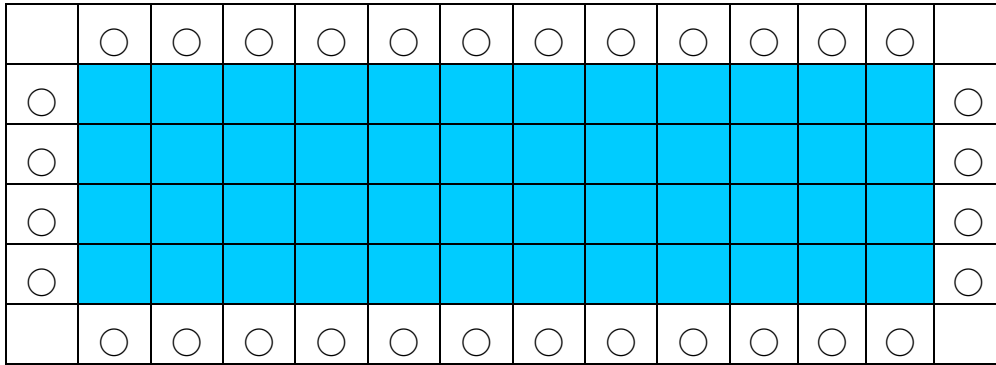
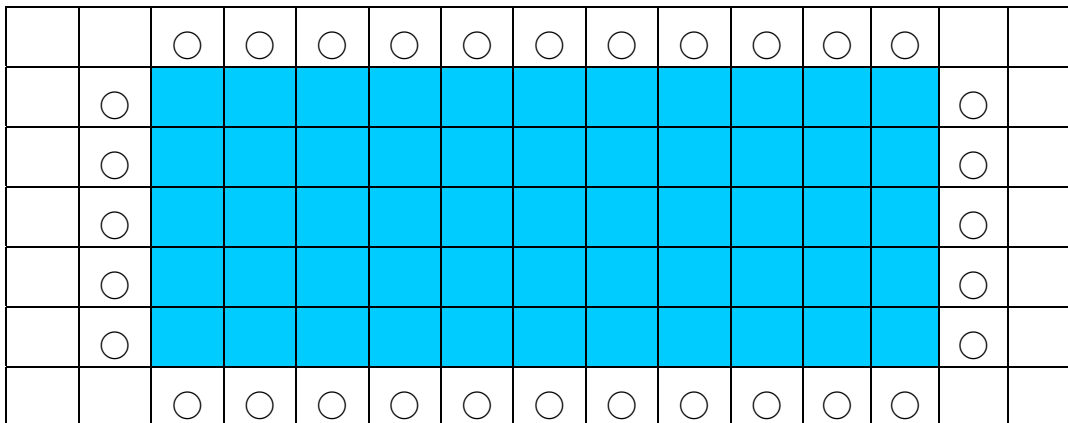
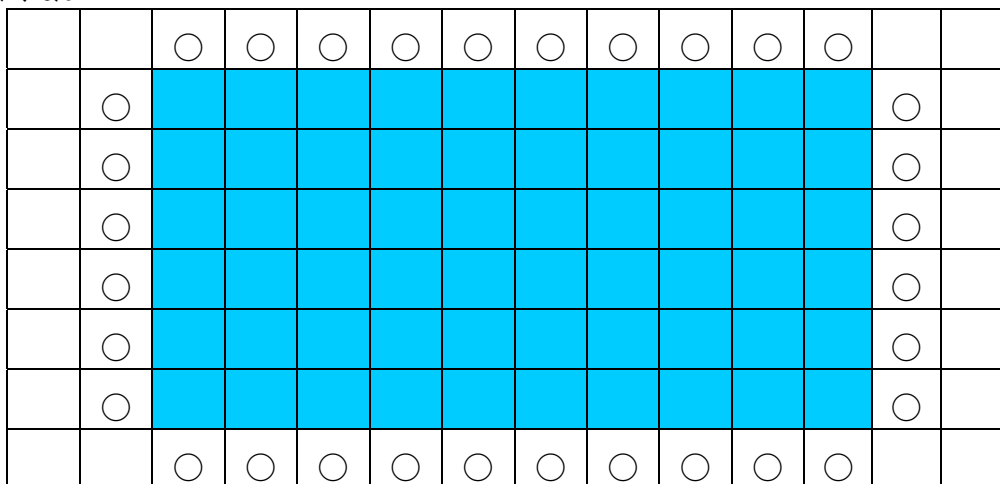


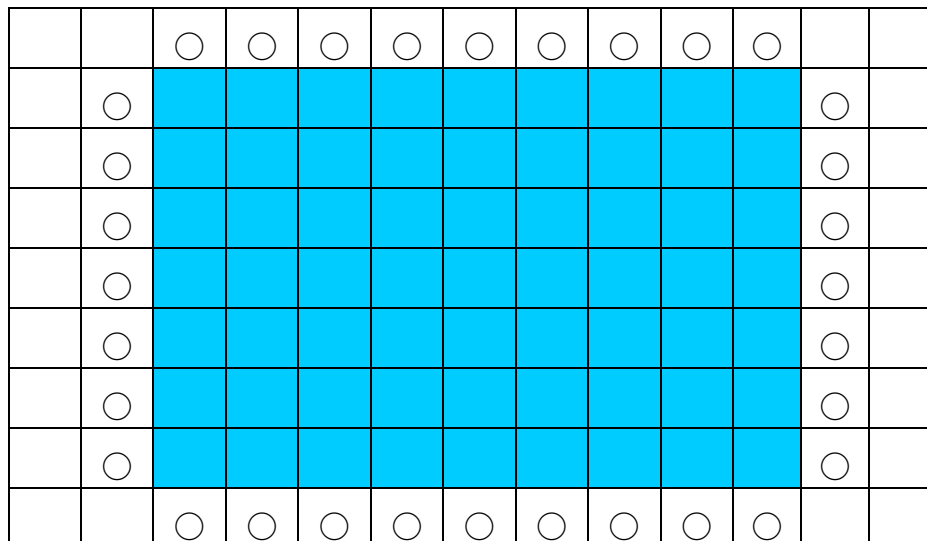
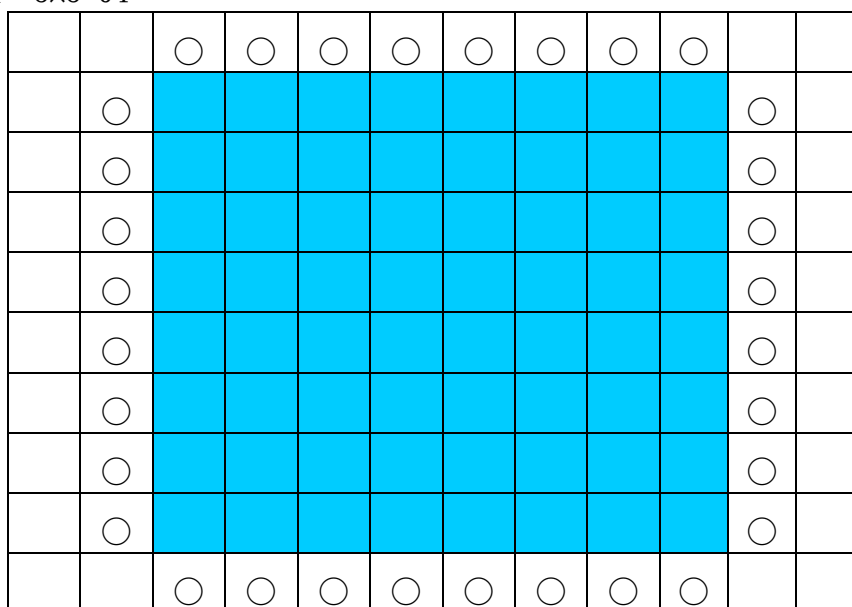
(2) 桌子數： $14 \times 2 = 28$



(3) 桌子數： $13 \times 3 = 39$



(4) 桌子數： $12 \times 4 = 48$ (5) 桌子數： $11 \times 5 = 55$ (6) 桌子數： $10 \times 6 = 60$ 

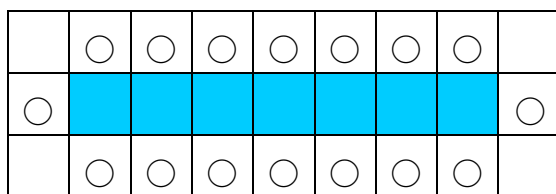
(7) 桌子數： $9 \times 7 = 63$ (8) 桌子數： $8 \times 8 = 64$ 

種類	人數 (周長)			桌子數 (面積)	
	長	寬	總人數	桌子數	形狀
1	15	1	$(15+1) \times 2 = 32$	$15 \times 1 = 15$	長方形
2	14	2	$(14+2) \times 2 = 32$	$14 \times 2 = 28$	長方形
3	13	3	$(13+3) \times 2 = 32$	$13 \times 3 = 39$	長方形
4	12	4	$(12+4) \times 2 = 32$	$12 \times 4 = 48$	長方形
5	11	5	$(11+5) \times 2 = 32$	$11 \times 5 = 55$	長方形
6	10	6	$(10+6) \times 2 = 32$	$10 \times 6 = 60$	長方形
7	9	7	$(9+7) \times 2 = 32$	$9 \times 7 = 63$	長方形
8	8	8	$(8+8) \times 2 = 32$	$8 \times 8 = 64$	正方形

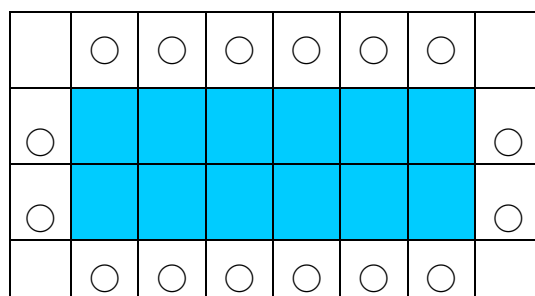
- ◆教師：請說說看，研究桌子排列方式的心得。
- ◆學生可能的說法如下：
 - (1) 只要控制桌子長邊和寬邊人數總和是 16，就可以很快找出 8 種排列方式。
 - (2) 排成 15×1 的長方形，使用最少張桌子；排成 8×8 的正方形，使用最多張桌子。
- ◆教師：在排列過程中，有沒有發現周長和面積的關係？
- ◆學生可能的說法如下：
 - (1) 當周長一樣時，正方形的面積比長方形的面積大。
 - (2) 當周長一樣時，正方形的面積最大。
- ◆教師：班上學期末聚餐，哪一種排列方式最適當，在投票之前請大家說說看，你喜歡哪一種排列方式，不喜歡哪一種排列方式，為什麼？
- ◆學生可能的說法如下：
 - (1) 喜歡 11×1 ，因為大家面對面，可以一面吃，一面小聲的聊天。
 - (2) 不喜歡 11×1 ，因為餐具和餐點會擠在一起。
 - (3) 喜歡 12×2 ，因為可以小聲的聊天，餐具和餐點不會擠在一起。
 - (4) 喜歡 8×8 ，因為大家都可以看到每一個人的臉，可以一面吃，一面聊天。
 - (5) 不喜歡 8×8 ，因為位置太大，夾不到菜，要用太多張桌子。
- ◆教師：聽過大家的意見之後，請再仔細思考一下，並投票選出你心中認為最適當的排列方式。
- ◆學生：無記名投票，並統計投票結果。

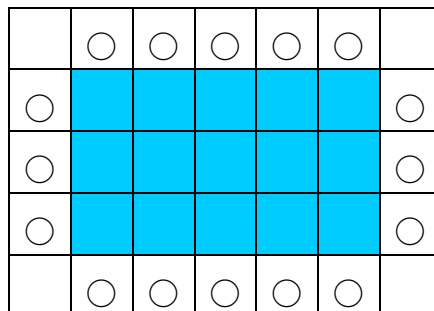
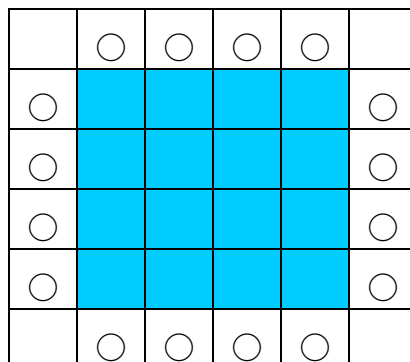
形成性評量：

- ◆教師：如果將 32 人分成兩組，每組人數是 16 人，但是 16 人都要坐在一起，有幾種排列方式，使用桌子張數為何。
- ◆學生可能的解答如下： $16 \div 2 = 8$ ，一個長加一個寬為 8，有下列 4 種排列方式：
 - (1) 桌子數： $7 \times 1 = 7$



- (2) 桌子數： $6 \times 2 = 12$



(3) 桌子數： $5 \times 3 = 15$ (4) 桌子數： $4 \times 4 = 16$ 

種類	人數(周長)			桌子數(面積)	
	長	寬	總人數	桌子數	形狀
1	7	1	$(7+1) \times 2 = 16$	$7 \times 1 = 7$	長方形
2	6	2	$(6+2) \times 2 = 16$	$6 \times 2 = 12$	長方形
3	5	3	$(5+3) \times 2 = 16$	$5 \times 3 = 15$	長方形
4	4	4	$(4+4) \times 2 = 16$	$4 \times 4 = 16$	正方形

任務三：列表整理當人數是 12 人、16 人、20 人、24 人、28 人、32 人、36 人時，哪一種排列方式使用最多張桌子，哪一種排列方式使用最少張桌子，並探討其規律。

◆教師：根據之前的探討，桌子怎麼安排，使用桌子張數最少？

◆學生：桌子全部分開，使用桌子張數最少。

◆教師：請列表整理當人數是 12 人、16 人、20 人、24 人、28 人、32 人、36 人時，最少使用幾張桌子。

◆學生分組探索，共同完成下列資料的填寫：

人數(周長)	使用桌子張數(面積)最少	
排列方式	桌子全部分開	
12 人	$12 \div 4 = 3$	3 張
16 人	$16 \div 4 = 4$	4 張
20 人	$20 \div 4 = 5$	5 張

人數(周長)	使用桌子張數(面積)最少	
24 人	$24 \div 4 = 6$	6 張
28 人	$28 \div 4 = 7$	7 張
32 人	$32 \div 4 = 8$	8 張
36 人	$36 \div 4 = 9$	9 張

◆教師：從表格中，你們發現什麼規律？

◆學生可能的說法如下：

(1)每張桌子坐 4 人，總人數 \div 4 人=桌子數。

(2)若是把人數看成是周長，每張桌子周長是 4，總長度 \div 4=桌子數。



◆教師：根據之前的探討，桌子怎麼安排，使用桌子張數最多。

◆學生：桌子全部排在一起，排成正方形，使用桌子張數最多。

◆教師：請列表整理當人數是 12 人、16 人、20 人、24 人、28 人、32 人、36 人時，最多使用幾張桌子。

◆學生分組探索，共同完成下表。

人數(周長)	使用桌子張數(面積)最多	
排列方式	桌子全部排在一起，排成正方形	
12 人	$12 \div 4 = 3$ ， $3 \times 3 = 9$	9 張
16 人	$16 \div 4 = 4$ ， $4 \times 4 = 16$	16 張
20 人	$20 \div 4 = 5$ ， $5 \times 5 = 25$	25 張
24 人	$24 \div 4 = 6$ ， $6 \times 6 = 36$	36 張
28 人	$28 \div 4 = 7$ ， $7 \times 7 = 49$	49 張
32 人	$32 \div 4 = 8$ ， $8 \times 8 = 64$	64 張
36 人	$36 \div 4 = 9$ ， $9 \times 9 = 81$	81 張

◆教師：從表格中，你們發現什麼規律？

◆學生可能的說法如下：

(1) 總人數 \div 4 個邊 = 每邊人數 A， $A \times A =$ 桌子數。

(2) 若是把人數看成是周長，總長度 \div 4 個邊 = 每邊邊長，邊長 \times 邊長 = 桌面面積。



十、教學評量

本活動之評量以群組評量及個別評量為主，教師根據群組評量表打小組分數，並透過個別評量，檢視學生是否能將學習遷移。

◆複習活動：以 12 人為例，全部都要坐在一起，有幾種排列方式。



◆個別評量：給你 24 根一樣長的扣條，請問你可以圍出幾種方形的圖形，哪一種圖形面積最大，哪一種圖形面積最小？

◆學生可能的答案如下：有下列 6 種排列方式， $6 \times 6 = 36$ 面積最大， $11 \times 1 = 11$ 面積最小。列表如下：

種類	人數(周長)			桌子數(面積)	
	長	寬	總人數	桌子數	形狀
1	11	1	$(11+1)\times 2=24$	$11\times 1=11$	長方形
2	10	2	$(10+2)\times 2=24$	$10\times 2=20$	長方形
3	9	3	$(9+3)\times 2=24$	$9\times 3=27$	長方形
4	8	4	$(8+4)\times 2=24$	$8\times 4=32$	長方形
5	7	5	$(7+5)\times 2=24$	$7\times 5=35$	長方形
6	6	6	$(6+6)\times 2=24$	$6\times 6=36$	正方形

數學 PBL/專題式學習
周長與面積探索－數學繪本之教學運用 II
小組評量表

年 班 組別： 組員：

評量項目	評量標準				評量備註
	超級 優秀	表現 良好	符合 要求	有待 加強	
	20 分	16 分	12 分	8 分	
執行任務之表現					
任務一：閱讀「義大利麵與肉丸子」數學繪本，根據故事情節，將桌子排列與人數，以繪圖方式整理。					
任務二：探索 32 人都坐在一起，有幾種排列方式，使用桌子張數為何；及哪一種排列方式最適當。					
任務三：列表整理當人數是 12 人、16 人、20 人、24 人、28 人、32 人、36 人時，哪一種排列方式使用最多張桌子，哪一種排列方式使用最少張桌子，並探討其規律。					
團隊互動之表現					
小組分工合作情形及歷程學習表現					
小組間之互動與討論情形					
總分					

※ 對於該組學生的評量若有需補充的部份，則可將評語填寫在評量備註上。

貳、教學省思與建議

一、活動設計的省思

原來的設計	修正後的設計	修正說明及設計省思
<p>任務一：閱讀「義大利麵與肉丸子」數學繪本，並探索繪本內容周長與面積的關係之數學意涵。</p> <p>任務二：根據「義大利麵與肉丸子」數學繪本故事情節，將桌子排列與人數，以繪圖及列表方式整理。</p>	<p>任務一：閱讀「義大利麵與肉丸子」數學繪本，根據故事情節，將桌子排列與人數，以繪圖方式整理。</p>	<p>接受教授建議將任務一和任務二合而為一，由於「義大利麵與肉丸子」數學繪本內容較為複雜，不宜直接探討周長與面積的關係，而是先引導學生透過繪圖慢慢掌握數學繪本中桌子排列與人數之變化即可。</p>
<p>任務三：探討當人數是32人時，哪一種排列方式使用最多張桌子，哪一種排列方式使用最少張桌子。</p>	<p>任務二：探索 32 人都坐在一起，有幾種排列方式，使用桌子張數為何；及哪一種排列方式最適當。</p>	<p>以 32 人都要坐在一起為前題來排列桌子，目的是控制住桌子只能排成方形，也就可以探討周長是 32 時，可排出多少種不同的方形，面積各是多少。</p>
<p>任務四：探討當桌子數是8張時，哪一種排列方式可坐最多人，哪一種排列方式可坐人數最少。</p>	<p>刪除任務四，加入形成性評量(個別評量) 探索 16 人都坐在一起，有幾種排列方式，使用桌子張數為何。</p>	<p>由於任務二是採分組討論方式進行，在此加入形成性評量(個別評量)，目的是為了掌握個別學生的學習狀況。</p>
<p>任務五：分組探討當人數是 12 人、16 人、20 人、24 人、28 人、36 人時，哪一種排列方式使用最多張桌子，哪一種排列方式使用最少張桌子。</p>	<p>任務三：列表整理當人數是 12 人、16 人、20 人、24 人、28 人、32 人、36 人時，哪一種排列方式使用最多張桌子，哪一種排列方式使用最少張桌子，並探討其規律。</p>	<p>任務三乃延續任務一和二 的學習經驗，期望透過列表及規律探討，找出計算公式。</p>
<p>學生五人一組，將周長與面積的關係探索歷程與成果作成 PPT，並上台分享。</p>	<p>以群組評量及個別評量為主，教師根據群組評量表打小組分數，並透過個別評量，檢視學生是否能將學習遷移。</p>	<p>除了群組評量之外，加入個別評量，以檢視學生是否能將學習遷移。</p>

二、教師教學的省思

(一)實施專題式學習不像想像中的簡單：尤其是要將「義大利麵與肉丸子」中的人數與桌子數，轉換為周長與面積實在不太容易，還好，班上有個跳級國一的數學資優生，因此，在規律的尋找或是資料的整理上，都因他的帶動而有較快的發現與理解。

(二)小組模式的運作是很棒的嘗試：分組學習，剛開始要有說明與約定，學生知道他們小組是命運共同體，為了達到要求，就會互相協助，願意帶領學習能力較差的同學，因此每個人都有進步與成長，人際溝通與互動也更為熱絡，當然小組要異質分組，各組的能力不

能差太多。

(三) 學生的學習成長包含三個面向：拓展生活經驗、增進數學知識和提升自信興趣。本專題是以數學繪本作為情境，配合現有教材延伸，所設計的四年級周長與面積關係探索的學習活動，因此，除了增進數學知識，也確實能提高學生學習數學的興趣。學習心得如下：

拓展生活經驗	<p>◎繼賢：我覺得這種方法可以在很多人聚餐或婚禮的場合運用，我們家族聚餐時，我一定會跟爸爸說用這種方法，因為我們家族有很多人。</p> <p>◎姵吟：我覺得這個活動對要結婚的人很有用處，因為新人如果知道有幾個人要參加的話，就可以運用到這個東西了。</p> <p>◎文楷：我覺得這一種教學對我來說很有意義，因為它竟然可以用在我們去吃飯的時候，是種能夠運用在生活中的數學。</p> <p>◎詠涵：「周長與面積」很好玩，在餐廳的時候，如果有很多人的話，我就會知道怎麼分了。</p>
增進數學知識	<p>◎育霆：「周長與面積」很有趣，也讓我學到許多關於「周長與面積」的知識，例如：周長一樣時，正方形的面積最大。</p> <p>◎庭風：我覺得利用人的數量和桌子的數量代表周長與面積，很有趣。</p> <p>◎暄叡：我本來不知道桌子可以排成這麼多的造型，只知道分開擺放比合起來可以坐較多的人，真的讓我學到好多有關周長與面積的知識。</p> <p>◎裕鈞：同樣的人數，竟然有這麼多種的排法，真是太好玩了。</p> <p>◎彥佑：我覺得使用的桌子越少越好，必須是分開擺放。因為如果2張桌子分開可以坐8個人，合起來就只能坐6個人了。</p>
提升自信興趣	<p>◎信東：我覺得每個任務的排法有正方形、長方形、分開擺放…各種解法，真的想到腦袋幾乎要爆掉！是在考驗我的耐力！不過，我就是喜歡這種要想一堆又很難的題目，可以激發我的數學能力。</p> <p>◎岳蓉：上完「周長與面積」後，讓我學到了很多數學的規律，也讓我了解數學的奧秘，讓我更喜歡數學了。</p> <p>◎雨潔：「周長與面積」很有趣，因為運用了很多種方法來解決問題。我原本覺得面積與周長很無聊，但是經由老師的帶領，我終於有些喜歡周長與面積了。</p>

三、教學實施的建議

本專題式學習活動是配合四年級「周長與面積」之單元設計的，學習對象以四年級為主，若是教師有意引導學生進行本活動之教學，建議如下：(1) 由於故事內容有點複雜，建議最小實施年級是三年後，而三年級也只要進行任務一之繪本導讀和繪圖記錄，引導學生初步體驗桌子的排列及人數的變化即可。(2) 強烈建議五、六年級教師可以透過本活動引導學生深度探索周長與面積的關係，因為小學階段的幾何教學除了應盡量讓學生透過觀察拓展幾何直覺；透過操作認識幾何形體的性質；若是能適時引入量與量之間關係的探討和簡單的推理教學，將會讓幾何教材之學習更為完備。