

# 面積體積單位換算與量感之建立

洪雪芬 高雄市國小數學輔導團/博愛國民小學

一、實施對象：五年級（一般班級 攜手課輔班級）

## 二、教學目標

主 題	<input type="checkbox"/> 數與計算 <input checked="" type="checkbox"/> 量與實測 <input type="checkbox"/> 幾何 <input type="checkbox"/> 代數 <input type="checkbox"/> 統計與機率
相關分年細目（97）	4-n-17 能認識面積單位「平方公尺」，及「平方公分」、「平方公尺」間的關係，並做相關計算。 5-n-19 能認識體積單位「立方公尺」、「立方公分」及「立方公尺」間的關係，並做相關計算。
教學目標	1. 引導學生建立 1 平方公尺的量感，進而理解 1 平方公尺 = 10000 平方公分。 2. 引導學生建立 1 立方公尺的量感，進而理解 1 立方公尺 = 1000000 立方公分。

## 三、學習難點

關於面積、體積單位換算與 1 平方公尺、1 立方公尺的量感，學生的學習困難如下：

1	學生對於 1 平方公尺、1 立方公尺的量感，掌握度不足。
2	學生對於 1 平方公尺 = 10000 平方公分，1 立方公尺 = 1000000 立方公分的單位換算，理解度不足。

四、補救教學內容處理：簡化 減量 分解 替代 重整

補救教學內容處理如下：

教學處理	內容說明
分 解	<p>一、1 平方公尺 = 10000 平方公分之教學</p> <p>用 100 平方公分板，實際拼排 1 平方公尺。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 以數數方式，數出 10000 平方公分。</li> <li>2. 用算式記錄自己眼前所見的圖像。</li> <li>3. 透過問話釐清「邊長×邊長 = 面積」公式的意涵。</li> </ol> <p>二、1 立方公尺 = 1000000 立方公分之教學</p> <p>用 1000 立方公分盒，拼排 1 立方公尺的骨架。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 以數數方式，數出 1000000 立方公分。</li> <li>2. 用算式記錄自己眼前所見的圖像。</li> <li>3. 透過問話釐清「邊長×邊長×邊長 = 體積」公式的意涵。</li> </ol>
替 代	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 用 100 平方公分板拼排 1 平方公尺，引導學生掌握 1 平方公尺的量感。</li> <li>2. 用 1000 立方公分盒拼排 1 立方公尺，引導學生掌握 1 立方公尺的量感。</li> </ol>

## 五、教學規劃與實施

### (一) 設計理念

2009 年 TASA 評量結果顯示在「認識面積單位平方公尺，及平方公分、平方公尺間的關係」此一主題，小四和小六學生表現均不太理想，小四平均達對率 51.65%，小六平均達對率 50.57%。由此，可以猜想學生在「認識體積單位立方公尺、立方公分及立方公尺間的關係」的理解度應該也不會很好。

爲了瞭解五年級學生是否能正確掌握「平方公分、平方公尺」間的關係和「立方公分、立方公尺」間的關係；乃針對五年級普通班 31 位學生進行施測，題目有兩題，分別是「1 平方公尺等於多少平方公分，1 立方公尺等於多少立方公分。」評量結果，全班 31 位學生中在第一題面積單位換算有 18 位學生答錯，在第二題體積單位換算則只有 4 位學生答錯。

詢問學生爲什麼面積單位換算是四年級課程，比較簡單，答錯的人很多，體積單位換算是五年級課程，比較難，答錯的人反而少；學生的說法是：「立方公尺和體積單位換算是這一次段考範圍，最近剛剛學到，印象深刻；面積單位換算是四年級學的，時間久了就忘記了」。從學生的談話中，值得教師省思的是，當學生到了六年級，是不是也會因爲時間久了，就把體積單位換算忘記了。

針對上述問題，筆者採用「評量－教學－再評量」之模式來進行，第一次評量後，針對 1 平方公尺 = 10000 平方公分進行全班性補救教學，針對 1 立方公尺 = 1000000 立方公分進行全班性補強教學；第二次評量之後，大多數學生都能算出「1 平方公尺 = 10000 平方公分，1 立方公尺 = 1000000 立方公分」，但是尚有超過半數學生的說理不夠清楚，因此，透過同儕解題觀摩進行小組補救教學和個別補救教學。期望學生能將 1 平方公尺、1 立方公尺的量感和單位換算，深植於心中，不會因爲時間而有所影響。

### (二) 第一次評量結果

第一次評量結果如下：

題目內涵	答案正確	答案錯誤
1 平方公尺=( ) 平方公分	13 人	18 人
1 立方公尺=( ) 立方公分	27 人	4 人

第一題 1 平方公尺 = ( ) 平方公分，全班 31 位學生中第一題有 18 位學生答錯，乃針對 1 平方公尺 = 10000 平方公分進行全班性之補救教學；第二題 1 立方公尺 = ( ) 立方公分，只有 4 位學生答錯，但是爲了讓學生在時間久了之後，仍然可以掌握 1 立方公尺的量感，因此，針對 1 立方公尺 = 1000000 立方公分進行全班性之補強教學。

(三) 第一次評量後之全班性補救教學 (1 平方公尺 = 10000 平方公分)

主要問題與活動	說明及評量重點
<p>●1 平方公尺 = 10000 平方公分之補救教學</p> <p>教師：一人領取一張 A4 紙張，上面畫有 4 個 100 平方公分板，請沿著黑線外框剪下來，也就是剪下一張 400 平方公分的紙張備用。 (也可以請學生將 400 平方公分的紙張剪成 4 張 100 平方公分板，但是以實際拼排活動來看，建議剪成 400 平方公分一張，較好運用，可節省拼排時間，也可增進拼排效果。)</p>  <p>教師：請依序拿出剪好的 400 平方公分板，實際拼排出 1 平方公尺。 如下圖：</p>  <p>1.以數數方式，數出 10000 平方公分。 教師：現在我們以 100 平方公分為單位，一起數數看，1 平方公尺等於多少平方公分？</p>	<p>●能實際拼排出 1 平方公尺。</p> <p>●能以數數方式，數出 10000 平方公分。</p>



學生：100,200,300,400,500,600,700,800,900,1000，一排是 1000。  
1000,2000,3000,4000,5000,6000,7000,8000,9000,10000，  
一共 10000 平方公分。

#### 2.用算式記錄自己眼前所見的圖像。

教師：拼排 1 平方公尺，用了幾張 100 平方公分板？

學生： $10 \times 10 = 100$ ，用了 100 張。

教師：1 平方公尺等於多少平方公分？

學生： $100 \times 100 = 10000$ ，是 10000 平方公分。

教師： $100 \times 100 = 10000$ ，算式中的兩個 100 分別代表什麼意思？

學生：第一個 100 代表 1 張 100 平方公分板，第二個 100 代表有 100 張。

#### 3.透過問話釐清「邊長 $\times$ 邊長=面積」公式的意涵。

教師：1 平方公尺的正方形，邊長是多少公分？

學生：是 100 公分。

教師：1 平方公尺等於多少平方公分？

學生： $100 \times 100 = 10000$ ，是 10000 平方公分。

教師： $100 \times 100 = 10000$ ，算式中的兩個 100 分別代表什麼意思？

學生：第一個 100 代表一排有 100 個 1 平方公分，第二個 100 代表有 100 排。

#### 4.分析比較兩種算法的異同。

教師：請分析比較上述兩個算法有何相同和不同之處。

學生：算式都是  $100 \times 100 = 10000$ ，但是觀看 1 平方公尺的角度不同。

A 算法：一張是 100 平方公分，有 100 張。

B 算法：一排是 100 平方公分，有 100 排。

●能用算式記錄自己眼前所見的圖像。

●能說出「邊長 $\times$ 邊長=面積」的意義。

●能說出兩種算法的異同。

(四) 第一次評量後之全班性補強教學 (1 立方公尺 = 1000000 立方公分)

主要問題與活動	說明及評量重點
<p data-bbox="167 286 794 324">●1 立方公尺 = 1000000 立方公分之補強教學</p> <p data-bbox="167 331 1008 369">教師：請用 1000 立方公分盒，實際拼排 1 立方公尺的骨架。</p> <div data-bbox="183 380 1161 757"></div> <p data-bbox="167 766 801 804">七手八腳終於完成 1 立方公尺的骨架如下圖：</p> <div data-bbox="427 817 906 1326"></div> <p data-bbox="167 1388 726 1426">1.以數數方式，數出 1000000 立方公分。</p> <p data-bbox="167 1433 1165 1520">教師：現在我們以 1000 立方公分為單位，一起數數看，1 立方公尺等於多少立方公分？</p> <p data-bbox="167 1527 957 1568">學生：1000,2000,3000,4000,5000,6000,7000,8000,9000,10000</p> <p data-bbox="263 1574 606 1615">一排是 10000 立方公分。</p> <p data-bbox="263 1621 1109 1662">10000,20000,30000,40000,50000,60000,70000,80000,90000,100000</p> <p data-bbox="263 1668 622 1709">一層是 100000 立方公分。</p> <p data-bbox="263 1715 1141 1756">10 萬, 20 萬, 30 萬, 40 萬, 50 萬, 60 萬, 70 萬, 80 萬, 90 萬, 100 萬,</p> <p data-bbox="263 1762 606 1803">一共是 100 萬立方公分。</p>	<p data-bbox="1189 286 1423 369">●能拼排 1 立方公尺的骨架。</p> <p data-bbox="1189 1388 1428 1520">●能以數數方式，數出 1000000 立方公分。</p>



## 2.用算式記錄自己眼前所見的圖像。

教師：拼排 1 立方公尺，要用幾個 1000 立方公分盒？

學生： $10 \times 10 \times 10 = 1000$ ，要用 1000 個。

教師：1 立方公尺等於多少立方公分？

學生： $1000 \times 1000 = 1000000$ ，是 1000000 立方公分。

教師： $1000 \times 1000 = 1000000$ ，算式中的兩個 1000 分別代表什麼意思？

學生：第一個 1000 代表 1 個 1000 立方公分盒，第二個 1000 代表有 1000 個盒子。

## 3.透過問話釐清「邊長 $\times$ 邊長 $\times$ 邊長=體積」公式的意涵。

教師：1 立方公尺的正方體，邊長是多少公分？

學生：是 100 公分。

教師：1 立方公尺等於多少立方公分？

學生： $100 \times 100 \times 100 = 1000000$ ，是 1000000 立方公分。

教師： $100 \times 100 \times 100 = 1000000$ ，算式中的三個 100 分別代表什麼意思？

學生：第一個 100 代表一排有 100 個 1 立方公分，  
第二個 100 代表有 100 排。  
 $100 \times 100 = 10000$  代表一層共有 10000 個 1 立方公分，  
第三個 100 代表有 100 層。

## 4.分析比較兩種算法的異同。

教師：請分析比較上述兩個算法有何相同和不同之處。

學生：答案相同，算式不同。

一個是  $1000 \times 1000 = 1000000$ ，

一個是  $100 \times 100 \times 100 = 1000000$ 。

學生：答案相同，觀看 1 立方公尺的角度不同。

A 算法： $1000 \times 1000 = 1000000$

代表一個盒子 1000 立方公分，有 1000 個盒子。

B 算法： $100 \times 100 \times 100 = 1000000$

代表一排是 100 立方公分，100 排合起來是一層，有 100 層。

●能用算式記錄自己眼前所見的圖像。

●能說出「邊長 $\times$ 邊長 $\times$ 邊長=體積」的意義。

●能說出兩種算法的異同。

(五) 第二次評量結果

題目內涵	答案正確	答案正確 說理很清楚	答案正確 說理不夠清楚	答案正確 說理錯誤	答案錯誤 說理錯誤
1 平方公尺 =( ) 平方公分	28 人	13 人	13 人	2 人	2 人
1 立方公尺=( ) 立方公分	29 人	14 人	13 人	2 人	1 人

1.面積優秀解答作品賞析(1 平方公尺=10000 平方公分)

$100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 10000 \text{ cm}^2 = 1 \text{ m}^2$   
 ↓ ↓  
 排 層  
 10000個這種的教室桌大小平面  
 各三張併開一個人的手腳張

一平方公尺:  $100 \times 100 = 10000 (\text{cm}^2)$

↓ ↓  
 一層有一百層  
 一層有一百平方公分

(二) 1 平方公尺=( 10000 )平方公分 1平方公分的

請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

$\leftarrow 100 \times 100$ , 第一個100就是小方格, 第二個100就是排了100排。  
 $(10 \times 10) \times 10 \times 10$ ,  $10 \times 10$ 就是... 橫排有10個, 直排有10排, ...

2.體積優秀解答作品賞析(1 立方公尺=1000000 立方公分)

$1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 1\text{cm} = 1\text{cm}^3$   
 $\times 100 \times 100 \times 100 = 1000000\text{cm}^3$   
 ↓ ↓ ↓  
 1cm 排列層  $1\text{m}^3$   
 大約一輛汽車的 $\frac{1}{10}$ ,  
 像一部機車的大小。

$1000\text{個} \times 1000\text{個盒子}$   
 $1\text{cm}^3$   
 $1000 \times 1000 = 1000000$

$100 \times 100 \times 100 = 1000000$   
 ↓ ↓ ↓  
 $100\text{cm}^3$  排 層

$100 \times 100 \times 100 = 1000000\text{cm}^3$   
 $\text{cm}^3$  排 層  
 100  
 100

(二) 1 立方公尺 = ( 1000000 ) 立方公分  
 請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

$\leftarrow$   
 $100 \times 100 \times 100$ , 第一個 100 就是立方公分的小方塊, 第二個 100 就是排了 100 排, 第三個 100 就是排了 100 層

$\Rightarrow (10 \times 10 \times 10) \times 10 \times 10 \times 10$ ,  $10 \times 10 \times 10$  就是...  
 橫排有 10 個, 直排有 10 排, 高排有 10 層

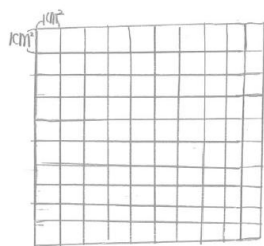
$10 \times 10 \times 10$



(六) 第二次評量後之小組和個別補救教學 (1 平方公尺 = 10000 平方公分)

主要問題與活動	說明及評量重點
<p>● (小組補救教學) 展示同學的正確解題，引導學生如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> <p>T:(指著左下圖)第一個 100 代表一層有 100 平方公分，第二個 100 代表有 100 層。這樣寫，很清楚，也很簡單。(指著右下圖)直接畫圖表示也很棒。</p> <div data-bbox="172 591 1123 927" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> </div>	<p>●學生能理解如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p>
<p>●(小組補救教學) 展示同學說理不夠清楚之處，引導學生說明想法與做法。</p> <p>T:(展示如下案例)，這一題答案正確，請問要如何修正，才能讓人覺得說理說得很清楚？</p> <div data-bbox="181 1137 1099 1480" style="border: 1px solid gray; padding: 5px; background-color: #f0f0f0;"> <p>1 平方公尺 = ( 10000 ) 平方公分</p> <p>請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。</p> <p style="text-align: center; margin-top: 20px;"><math>100 \times 100 = 10000</math></p> </div> <p>S：第一個 100 要寫上 100 平方公分，第二個 100 要寫上 100 排。</p>	<p>●學生能清楚指出如何修正。</p>
<p>● (個別補救教學) 直接教學，引導學生澄清迷思概念。</p> <p>T:(展示一平方公尺) 邊長 1 公尺的正方形面積叫作一平方公尺。請說說看一平方公尺的正方形邊長是多少公分。</p> <p>S：邊長是 100 公分。</p> <p>T：請說說看你的解題錯在哪裡，要怎麼改？</p> <p>S：邊長是 100 公分才對，不是 10 公分。要改為 <math>100 \times 100 = 100000</math></p> <div data-bbox="831 1742 1118 1966" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> </div>	<p>●學生能修正錯誤。</p>

學生原來的解題如下：



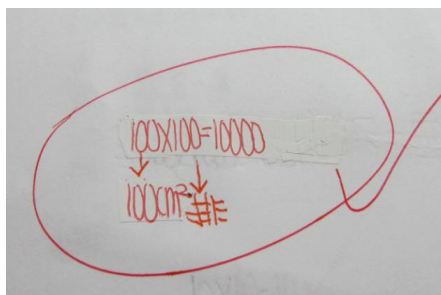
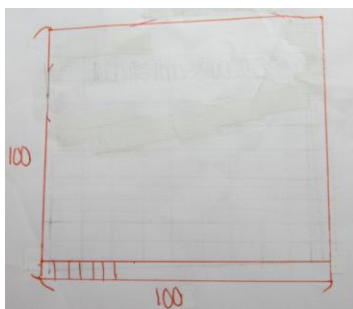
這是  
1平方公尺

1平方公尺=( 100 )平方公分  
請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

要組成1平方公尺=要100個的1cm<sup>2</sup>

$$10 \times 10 = 100$$

學生修正如下：



### (七) 第二次評量後之小組補救教學 (1 立方公尺 = 10000 00 立方公分)

主要問題與活動	說明及評量重點
<p>●(小組補救教學) 展示同學的正確解題，引導學生如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p> <p>T:(指著下圖)第一個 100 代表一排有 100 立方公分，第二個 100 代表有 100 排，第三個 100 代表有 100 層。這樣寫，很清楚，也很簡單。</p>	<p>●學生能理解如何透過文字和圖形來說明想法與做法。</p>
<p>●(小組補救教學) 展示同學說理不夠清楚之處，引導學生說明想法與做法。</p> <p>T:(展示如下案例)，這一題答案正確，而且還寫了兩個作法，很認真。請問要如何修正，才能讓人覺得說理說得很清楚？</p>	<p>●學生能清楚指出如何修正。</p>

1 立方公尺 = ( 1000000 ) 立方公分

請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

第 1 個做法:  $100 \times 100 \times 100 = 1000000$

第 2 個做法:  $1000 \times 1000 = 1000000$

S: 第一個作法: 第一個 100 要寫上 100 立方公分，第二個 100 要寫上 100 排，第三個 100 要寫上 100 層。

第二個作法: 第一個 1000 要寫上一個盒子 1000 立方公分，第二個 1000 要寫上 1000 個盒子。

● (個別補救教學) 直接教學，引導學生澄清迷思概念。

T: (展示一立方公尺) 邊長 1 公尺的正方體體積叫作一立方公尺。

請說說看一立方公尺正方體的邊長是多少公分。

S: 邊長是 100 公分。

T: 請說說看你的解題錯在哪裡，要怎麼改，

S:  $100 \times 100 \times 100 = 1000000$  才對，不是 10000000。

學生原來的解題如下：

1 立方公尺 = ( 10000000 ) 立方公分

請寫出算式，並以文字或圖畫說明你的想法與做法。

是由 1 個的小積木，拚了 10000000 個型成的。



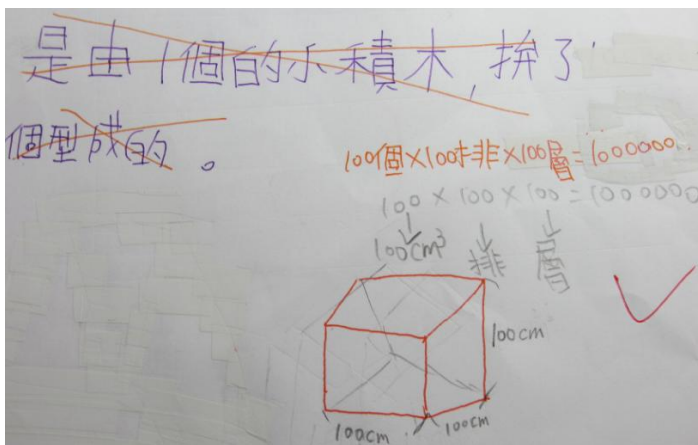
學生修正如下：

學生自己用筆將原來的答案畫個大叉後，畫圖並寫上算式，

$100 \text{ 個} \times 100 \text{ 排} \times 100 \text{ 層} = 1000000$

教師指著第一個 100 追問，是 100 個什麼？

學生口說 100 立方公分，然後用鉛筆再寫一個算式如下：



● 學生能修正錯誤。

## 六、學生表現與教學省思

關於「面積體積單位換算與量感之建立」主題，筆者採用「評量－教學－再評量」模式來實施補救教學，實施結果發現學生的表現如下：

### 1.學生已具有 1 平方公尺、1 立方公尺的量感。

經由學生「1 平方公尺大約一張海報那麼大、1 平方公尺大約是教室一片白板那麼大、1 立方公尺大約是洗衣機的大小，2 立方公尺和冰箱差不多大」的說法，發現學生已能運用圖像來描述 1 平方公尺和 1 立方公尺，已具有 1 平方公尺、1 立方公尺的量感。

### 2.學生能正確處理 1 平方公尺 = 10000 平方公分的單位換算。

學生對於  $100 \times 100 = 10000$  之計算公式能賦予意義，說出第一個 100 代表一排有 100 平方公分，第二個 100 代表有 100 排。

### 3.學生能正確處理 1 立方公尺 = 1000000 立方公分的單位換算。

學生對於  $100 \times 100 \times 100 = 1000000$  之計算公式能賦予意義，說出第一個 100 代表一排有 100 立方公分，第二個 100 代表有 100 排，第三個 100 代表有 100 層。

以 1 平方公尺 = 10000 平方公分的補救教學來說，引導學生透過拼排，學習從邊長 100 公分角度，看到一排有 100 個 1 平方公分，再看到 100 排，這件事情對部分學生是困難的，同樣的針對 1 立方公尺 = 1000000 立方公分的補救教學，要引導學生從拼排活動中，學習從邊長 100 公分角度，看到一排有 100 個 1 立方公分，再看到 100 排、100 層；也是困難的。此時小組教學和個別對話，就顯得非常重要。但是由於上課時間關係，小組和個別補救教學，只能利用午休時間進行，這對現場教師而言是一大困難，也是推動補救教學政策須加以考量的。

## 七、學習資源參考資料

周筱亭、黃敏晃（2002）。國小數學教材分析－面積。教育部台灣省國民學校教師研習會。  
周筱亭、黃敏晃（2003）。國小數學教材分析－體積與角度。國立教育研究院籌備處。  
教育部（2008）。國民中小學九年一貫課程綱要。臺北：教育部。